

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳	تعداد صفحه: ۳	رشته: علوم تجربی	نام و نام خانوادگی:
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۳	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۱		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	[استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد]	نمره
------	-------------------------	---	------

۱	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) تابع $y = 2x(1 - 3x^2) + 1$ یک تابع چند جمله ای از درجه سوم است. ب) نمودار تابع $y = x^2$ در بازه $(0, 1)$ پایین تر از، نمودار تابع $y = x^3$ است. پ) هر تابع یکنوا، یک به یک است. ت) مقدار عددی عبارت $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ$ برابر $\frac{\sqrt{3}}{2}$ است.		
۲	درجاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. الف) اگر $f(x) = 2x^3 - 1$ باشد، حاصل $f^{-1}(15)$ برابر است. ب) حاصل حد تابع $f(x) = \frac{2x^2}{3x^2 - 1}$ وقتی $x \rightarrow +\infty$ میل می کند برابر است.		۰/۵
۳	اگر $f(x) = 7 - 4x^2$ و $g(x) = \sqrt{x+3}$ باشد: الف) دامنه تابع $f \circ g$ را با استفاده از تعریف به دست آورید. ب) مقدار $(g \circ f)(1)$ را محاسبه کنید.		۱/۲۵
۴	اگر دامنه تابع $y = f(x)$ برابر $[-1, 3]$ و برد آن $(0, 2]$ باشد. دامنه و برد تابع $y = f(\frac{x}{2})$ را بیابید.		۰/۷۵
۵	نمودار تابع با ضابطه $y = a \cos bx + c$ به صورت مقابل رسم شده است. مقادیر a ، b و c را به دست آورید.		۱/۷۵
۶	نمودار تابع با ضابطه $y = \sin x$ و خط به معادله $y = \frac{1}{2}$ در دستگاه مختصات زیر، رسم شده است. طول نقاط برخورد آنها را بیابید.		۱

«ادامه سوالات در صفحه دوم»

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳	تعداد صفحه: ۳	رشته: علوم تجربی	نام و نام خانوادگی:
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۳	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۱		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	[استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد]	نمره
------	-------------------------	---	------

۷	<p>نمودار تابع f به شکل مقابل است حدهای زیر را محاسبه کنید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$</p> <p>پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$</p>		۰/۷۵
۸	<p>حد زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x^2-1}$</p>		۱
۹	<p>نمودار تابع f به صورت زیر رسم شده است. اگر خط d در نقطه A بر نمودار تابع f مماس باشد:</p> <p>الف) حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2}$ را بیابید.</p> <p>ب) شیب خط های مماس در نقاط A و B را مقایسه کنید.</p>		۰/۷۵
۱۰	<p>نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} + 2 & x \geq 2 \\ (x-1)^2 & x < 2 \end{cases}$ به صورت مقابل است:</p> <p>الف) آیا تابع f در نقطه $x = 2$ مشتق پذیر است؟</p> <p>ب) آیا تابع در بازه $(-\infty, 2)$ مشتق پذیر است؟ چرا؟</p> <p>پ) مشتق راست تابع f در نقطه $x = 2$ را به دست آورید.</p>		۱/۵
۱۱	<p>مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)</p> <p>الف) $f(x) = x(x-1)(x+1)$ ب) $g(x) = \left(\frac{2x-1}{x+1}\right)^3$</p>		۱/۵
۱۲	<p>جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می کنیم، جهت حرکت به طرف بالا را مثبت در نظر می گیریم. فرض کنیم ارتفاع این جسم از سطح زمین در هر لحظه از معادله $h(t) = -4t^2 + 40t$ به دست می آید.</p> <p>الف) سرعت متوسط در بازه $[2, 4]$ را بیابید.</p> <p>ب) در چه زمانی سرعت لحظه ای آن برابر ۱۶ متر بر ثانیه است؟</p>		۱/۲۵

«ادامه سوالات در صفحه سوم»

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳	تعداد صفحه: ۳	رشته: علوم تجربی	نام و نام خانوادگی:
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۳	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۱		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	[استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد]	نمره
------	-------------------------	---	------

۱۳	نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ به صورت شکل مقابل رسم شده است. مقادیر b و d را بیابید.		۱/۵
۱۴	دو عدد حقیقی بیابید که تفاضل آنها ۱۰ باشد و حاصل ضربشان کمترین مقدار ممکن گردد.		۱/۵
۱۵	اگر در بیضی مقابل مختصات کانون $F'(4,0)$ و مختصات رأس $B(0,3)$ باشد: الف) قطر بزرگ بیضی را بیابید. ب) محیط مثلث (MFF') را بیابید.		۱/۵
۱۶	معادله گسترده یک دایره به شکل $x^2 + y^2 + 2x + 2y - 8 = 0$ است. مختصات مرکز دایره و اندازه شعاع دایره را بیابید.		۱
۱۷	دو ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۵ مهره سبز و ۳ مهره آبی و ظرف دوم شامل ۴ مهره سبز و ۶ مهره آبی است. از ظرف اول مهره ای انتخاب کرده و در ظرف دوم قرار می دهیم. سپس یک مهره به تصادف از ظرف دوم انتخاب می کنیم. با چه احتمالی این مهره سبز است؟		۱/۵
۲۰	جمع نمره	"موفق باشید"	

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۳		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۱	

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
۱	ت درست (۰/۲۵) پ نادرست (۰/۲۵) ب نادرست (۰/۲۵) الف درست (۰/۲۵)	۱
۰/۵		۲
۰/۷۵	$D_{f \circ g} = \underbrace{\{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{\{x \in [-۳, +\infty) \mid \sqrt{x+۳} \in R\}}_{۰/۲۵} = [-۳, +\infty) \quad (۰/۲۵) \quad \text{الف}$	۳
۰/۵	<p>(ب)</p> $(g \circ f)(1) = \underbrace{g(۳)}_{(۰/۲۵)} = \sqrt{۶} \quad (۰/۲۵)$	
۰/۷۵	$D_{f(\frac{x}{۲})} \Rightarrow \underbrace{۱ < \frac{x}{۲} \leq ۳}_{(۰/۲۵)} \rightarrow D_{f(\frac{x}{۲})} = (-۲, ۶] \quad (۰/۲۵)$	۴
	برد تغییر نمی کند (۰/۲۵)	
۱/۷۵	$۲T = \frac{۷\pi}{۲} - (-\frac{\pi}{۲}) = ۴\pi \quad (۰/۲۵) \rightarrow T = ۲\pi \quad (۰/۲۵) \rightarrow \frac{۲\pi}{ b } = ۲\pi \quad (۰/۲۵) \rightarrow b = \pm ۱ \quad (۰/۲۵)$ $c = \frac{۴ + (-۲)}{۲} = ۱ \quad (۰/۲۵)$ $ a = \frac{۴ - (-۲)}{۲} = ۳ \rightarrow a = -۳ \quad (۰/۲۵)$	۵
۱	$\sin x = \frac{1}{۲} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{۶} \quad (۰/۲۵) \rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۶} \quad (۰/۲۵) \\ x = ۲k\pi + \frac{۵\pi}{۶} \quad (۰/۲۵) \end{cases} \quad (k \in Z)$	۶
۰/۷۵	<p>الف) $-\infty$ (۰/۲۵)</p> <p>ب) $+\infty$ (۰/۲۵)</p> <p>پ) -۲ (۰/۲۵)</p>	۷

ادامه راهنمای تصحیح در صفحه بعد

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه		ساعت شروع: ۱۰ صبح		رشته: علوم تجربی		راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳	
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۳				پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir				دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۱			
نمره	راهنمای تصحیح						ردیف
۱	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x^2-1} \times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{(x-1)(x+1)\sqrt{x}+1} = \frac{1}{4} \quad (۰/۲۵)$						۸
۰/۵	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = f'(2) = 2 \quad (۰/۵)$						۹
۰/۲۵	(الف)						
	(ب)						
	$m_A > m_B \quad (۰/۲۵)$						
۰/۲۵	(الف) خیر (۰/۲۵)						۱۰
۰/۵	(ب) بله، در تمام نقاط بازه $(-\infty, 2)$ مشتق پذیر است. (۰/۵)						
۰/۷۵	(پ)						
	$x \geq 2 : f(x) = \sqrt{x-1} + 2 \rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}} \rightarrow f'_+(2) = \frac{1}{2}$						
۰/۵	(الف) $f(x) = x^2 - x \rightarrow f'(x) = 2x - 1$						۱۱
	(۰/۲۵)						
۱	(ب) $g'(x) = 3 \left(\frac{2x-1}{x+1} \right)^2 \left(\frac{2(x+1) - 1(2x-1)}{(x+1)^2} \right)$						
	(۰/۵)						
	(۰/۵)						
در قسمت الف به سایر روشهای صحیح نمره تعلق گیرد.							
۰/۷۵	سرعت متوسط (الف) $= \frac{h(4)-h(2)}{4-2} = \frac{96-64}{2} = 16 \quad (۰/۵)$						۱۲
	(۰/۲۵)						
۰/۵	(ب) $h'(t) = -8t + 40 = 16 \rightarrow t = 3 \quad (۰/۲۵)$						
	(۰/۲۵)						
۱/۵	$f'(2) = 0 \quad (۰/۲۵) \rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2bx \quad (۰/۲۵) \quad b = -3 \quad (۰/۲۵)$						۱۳
	$f(2) = 1 \quad (۰/۲۵) \rightarrow 8 + (-12) + d = 1 \quad (۰/۲۵) \quad d = 5 \quad (۰/۲۵)$						
ادامه راهنمای تصحیح در صفحه بعد							

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه		ساعت شروع: ۱۰ صبح		رشته: علوم تجربی		راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳	
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۳				پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir				دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۴۰۱			
نمره	راهنمای تصحیح						ردیف
۱/۵	$x - y = 10 \quad (0/25)$ $p = xy = x(x - 10) = x^2 - 10x \quad (0/25)$ $p'(x) = 2x - 10 = 0 \quad (0/5) \rightarrow x = 5 \quad (0/25), \quad y = -5 \quad (0/25)$						۱۴
۱	$\begin{cases} b = 3 \quad (0/25) \\ c = 4 \quad (0/25) \end{cases} \rightarrow a^2 = b^2 + c^2 \quad (0/25) \rightarrow 2a = 10 \quad (0/25)$						الف) ۱۵
۰/۵	$\text{محیط} = \underbrace{2a + 2c}_{(0/25)} = 18 \quad (0/25)$						ب) ۱۵
۱	$O(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}) = (-1, -1) \quad (0/5), \quad r = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \sqrt{10} \quad (0/5)$						۱۶
۱/۵	$P(A) = P(B_1)P(B_1 A) + P(B_2)P(B_2 A) \quad (0/25)$ $P(A) = \underbrace{\frac{5}{8} \times \frac{5}{11}}_{(0/5)} + \underbrace{\frac{3}{8} \times \frac{4}{11}}_{(0/5)} = \frac{37}{88} \quad (0/25)$						۱۷
به روش حل نمودار درختی نمره تعلق گیرد.							
۲۰	«همکاران مصحح: به راه حل های صحیح به تناسب بارم، نمره تعلق گیرد»						