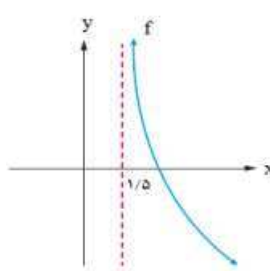


سال تحصیلی 1401-1402		بسمه تعالی اداره کل آموزش و پرورش استان هرمزگان معاونت آموزش متوسطه		آزمون هماهنگ استانی
تعداد صفحه: 3	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی	سوالات امتحان شبه نهایی درس: حسابان 2	
تعداد سوال: 16	ساعت شروع:	تاریخ امتحان:	مدت امتحان: 120 دقیقه	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
نمره	سوالات			ردیف

1	<p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر دامنه ی تابع f برابر $[-1, 3]$ باشد، دامنه ی تابع $g(x) = -3f(2x + 1)$ بازه ی $[-1, 1]$ است.</p> <p>ب) دامنه ی تابع $y = \tan(4x) + 1$ مجموعه $D = \left\{x \mid x \in \mathbb{R}, x \neq \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}\right\}$ می باشد.</p> <p>پ) تابع $f(x) = x$ در نقطه ی $x = 0$ مشتق پذیر نیست.</p> <p>ت) اگر خط $x = a$ مماس قائم بر منحنی تابع $f(x)$ در نقطه ی $(a, f(a))$ باشد آنگاه $f'(a)$ موجود است.</p>	1
1	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.</p> <p>الف) درجه چند جمله ای $(x - 1)^3 + x^2(2x^2 - 3)^5$ برابر است.</p> <p>ب) دوره تناوب $y = -\frac{1}{4}(\cos \pi x) + 2$ برابر با است.</p> <p>پ) اگر $f(5) = 2$ و $g(5) = -1$ باشد در اینصورت $(2f - g)'(5)$ برابر با است.</p> <p>ت) با توجه به نمودار تابع f حاصل $\lim_{x \rightarrow 1/5^+} f(x)$ برابر با است.</p> 	2
1	<p>در چند جمله ای $p(x) = x^3 + ax^2 + x + b$ مقادیر a, b را طوری بیابید که باقی مانده تقسیم $p(x)$ بر $x - 1$ برابر 4 باشد و بر $x + 2$ بخش پذیر باشد.</p>	3
0/75	<p>چند جمله ای $x^6 - 1$ را بر حسب عامل $x + 1$ تجزیه کنید.</p>	4
1/75	<p>معادله مثلثاتی زیر را حل کنید. سپس جواب های آن را در بازه ی $[0, 2\pi]$ به دست آورید.</p> $\sin x + \sin 2x = 0$	5
1/5	<p>الف) حاصل حدهای زیر را به دست آورید.</p> <p>1) $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} \frac{[x] + \frac{1}{5}}{ 2x + 1 }$</p> <p>2) $\lim_{x \rightarrow (3^+)} \frac{[2 \cos \pi x + 1]}{x^2 - 7x + 12}$</p>	6

سال تحصیلی 1401-1402		بسمه تعالی اداره کل آموزش و پرورش استان هرمزگان معاونت آموزش متوسطه		آزمون هماهنگ استانی
تعداد صفحه: 3	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی	سوالات امتحان شبه نهایی درس: حسابان 2	
تعداد سوال: 16	ساعت شروع:	تاریخ امتحان:	مدت امتحان: 120 دقیقه	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
نمره	سوالات			ردیف

0/5	ب) ابتدا مجانب قائم تابع $f(x) = \frac{1}{x+ x }$ را تعیین کنید. سپس نمودار تابع را در مجاورت مجانب قائم رسم کنید.	
0/75	اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^4 - 5x + 1}{2x^m + 7x} = -\frac{1}{3}$ مقادیر m, a را بیابید.	7
1/5	معادله خط قائم بر منحنی تابع $g(x) = \sqrt[3]{x-1}$ را در نقطه برخورد با محور طول ها بیابید.	8
2	مشتق توابع زیر را محاسبه کنید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست). الف: $f(x) = \frac{2x^2 - 4x}{x^2 - \sqrt{x}}$ ب: $g(x) = \tan x^2 + \sqrt{\cos x}$ پ: $h(x) = \sqrt{x^2}$	9
1	الف: ضابطه تابع مشتق را بدست آورید. ب: نمودار $f'(x)$ را رسم کنید. $f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & x \neq 1 \\ 5 & x = 1 \end{cases}$ مفروض باشد.	10
0/75	اگر $f(x) = x^2 - 3x + 5$ باشد. مقدار $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3}$ را بیابید.	11
1	دوچرخه سواری طبق معادله $d(t) = \frac{1}{3}t^3 + 10t$ حرکت می کند. که در آن $0 \leq t \leq 6$ بر حسب ثانیه است. سرعت لحظه ای در $t = 2$ چقدر است؟	12
1/5	توابع $f(x) = 3x^2 + x$ و $g(x) = x^3 + 2x$ را در نظر بگیرید. در نقطه $x = 1$ سرعت صعود کدامیک بیشتر است.	13
2	ابتدا نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} -x & \text{و } x < 0 \\ x - 2 & \text{و } 0 \leq x \leq 3 \\ 2 & \text{و } 3 < x \leq 5 \end{cases}$ را رسم کنید. سپس از روی نمودار: الف) بازه هایی را مشخص کنید که تابع f در آن بازه ها نزولی باشد. ب) نقاط بحرانی و ماکزیمم و می نیمم نسبی تابع را، مشخص کنید.	14

سال تحصیلی 1401-1402		بسمه تعالی اداره کل آموزش و پرورش استان هرمزگان معاونت آموزش متوسطه		آزمون هماهنگ استانی
تعداد صفحه: 3	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی	سوالات امتحان شبه نهایی درس: حسابان 2	
تعداد سوال: 16	ساعت شروع:	تاریخ امتحان:	مدت امتحان: 120 دقیقه	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
نمره	سوالات			ردیف

0/5	<p>به سوالات چهار گزینه ای زیر پاسخ دهید. الف) نمودار تابع f با دامنه به شکل مقابل است.</p> <p>این تابع چند نقطه اکسترمم نسبی دارد؟ (1) پنج نقطه (2) شش نقطه (3) هفت نقطه (4) هشت نقطه</p> <p>ب) تابع $f(x) = \frac{x}{x^2-1}$ چند نقطه بحرانی دارد؟ (1) صفر (2) 1 (3) 2 (4) 3</p>	15
1/5	مقادیر ماکسیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = x + 1 + \frac{4}{x+2}$ را در بازه ی $[-1, 3]$ بیابید.	16
20	زیبایی یادگیری در این است که هیچ کس نمی تواند آن را از شما بگیرد.	

سال تحصیلی 1401-1402		بسمه تعالی اداره کل آموزش و پرورش استان هرمزگان معاونت آموزش متوسطه		آزمون هماهنگ استانی
تعداد صفحه: 3	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی	سوالات امتحان شبه نهایی درس: حسابان 2	
تعداد سوال: 16				
ساعت شروع:	تاریخ امتحان:	مدت امتحان: 120 دقیقه	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
نمره	سوالات			ردیف

شیخ اقبال شہیناوی صاحب، ۲۔ بسٹان حوزہ کمان - ارشدیت ۱۸۲

۱۱ جنوری - رتبہ ۵۲ کنوینشنل ایف اے - ۹۔ سوال نمبر ۲

۱] اے، ریت ب، ریت ج، ریت د، ریت

۲] اے، ۱۳ ب، ۲ ج، ۵ د، $+\infty$

$$p(x) = (x-1)q_1(x) + r \quad \boxed{13}$$

$$\begin{aligned} x=1 \rightarrow p(1) = 0 + r \Rightarrow p(1) = 1 + a + 1 + b = r \\ \Rightarrow a + b = 2 \quad (1) \end{aligned}$$

$$p(x) = (x+2)q_2(x)$$

$$\begin{aligned} x=-2 \rightarrow p(-2) = 0 \Rightarrow -1 + (a-2) + b = 0 \\ \Rightarrow a + b = 1 \quad (2) \end{aligned}$$

نہ درگاہ درجہ - درجہ اول (۱)، (۲) کے لیے:

$$a = \frac{1}{3}, b = -\frac{2}{3}$$

$$x^4 - 1 = (x+1)(x^3 - x^2 + x - 1) \quad \boxed{14}$$

$$\sin \alpha = r \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \sin \alpha + r \sin \alpha \cos \alpha = 0 \Rightarrow \sin \alpha (1 + r \cos \alpha) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = k\pi \\ 1 + r \cos \alpha = 0 \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{1}{r} \Rightarrow \alpha = r k \pi \pm \frac{r\pi}{r} \end{cases}$$

جواب: $\alpha = k\pi$ عبارت است از $\pi, 2\pi, 3\pi, \dots$ و $\frac{r\pi}{r}$

$$\textcircled{1} \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{r}} \frac{[x] + \frac{1}{\alpha}}{|rx+1|} = \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{r}} \frac{-1 + \frac{1}{\alpha}}{|rx+1|} = \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{r}} \frac{-\frac{r}{\alpha}}{|rx+1|}$$

$$= \frac{\text{عدد حقیقی}}{0^+} = -\infty$$

رابطه $\frac{0}{0}$ فرض کنیم $\frac{0}{0}$ است

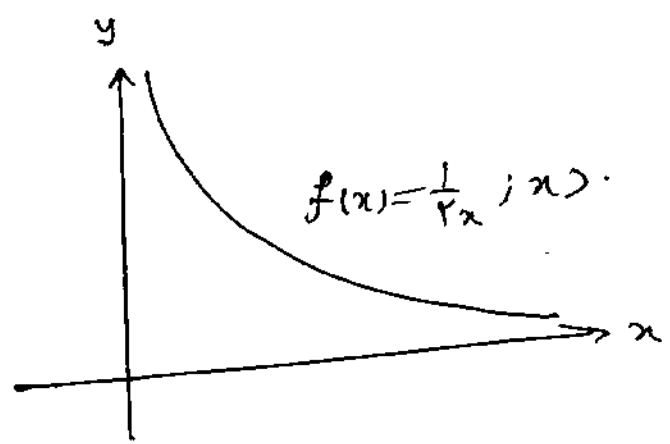
$$r) \lim_{x \rightarrow r^+} \frac{[r \cos \pi x + 1]}{x^2 - \sqrt{x+1}} = \lim_{x \rightarrow r^+} \frac{[r \cos \pi x] + 1}{(x-r)(x+r)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow r^+} \frac{[rx(-1)^+] + 1}{0^+ \cdot x(-1)} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

$$x + |x| = 0 \Rightarrow x \in (-\infty, 0] \quad (ب) \boxed{14}$$

در بازه $(0, +\infty)$ ، $x=0$ است \Rightarrow $x > 0$ است

$$f(x) = \frac{1}{2x} ; x > 0$$



صورت عدد صحیح نامرشد است ، پس صورت و مخرج برابرند $\boxed{5}$

صورت اولی $a=0$ باشد ، $m \leq 1$ باشد ، در این حالت مقادیر

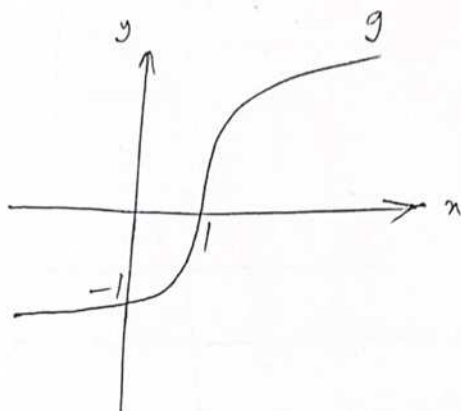
$$\frac{-5}{2+5} = -\frac{1}{2} \quad \text{و} \quad -\frac{5}{5} = -\frac{1}{1}$$

برقرار نماند

حالت دوم $a \neq 0$ و در نتیجه $m=2$: $\lim_{x \rightarrow \infty}$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2 - 5x + 1}{2x^2 + 5x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2}{2x^2} = \frac{a}{2} = -\frac{1}{2} \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$$

18] نمودار تابع $y = \sqrt[3]{x}$ و از انتقال به واریت نمودار تابع $y = \sqrt[3]{x-1}$ را



در $x=1$ و در $x=1$ نام دارد؟

$$g'(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{(x-1)^2}} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} g'(x) = +\infty$$

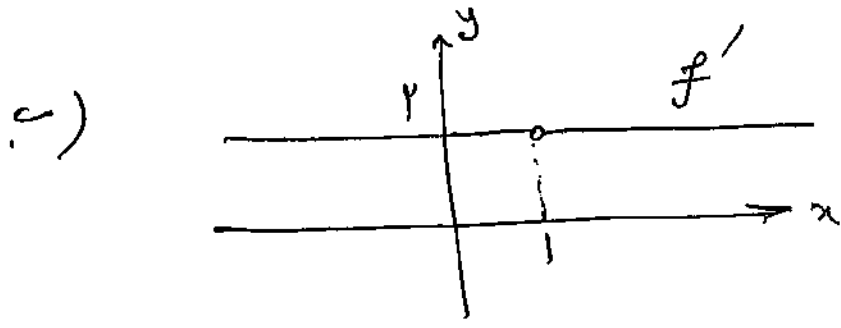
بخط نام بر نمودار g در $x=1$ دارد. $\frac{1}{+\infty} = 0$ یعنی خط افقی $y=0$ در $x=1$ است.

19]
$$f'(x) = \frac{(2x-4)(x-\sqrt{x}) - (2x^2-4x)(2x-\frac{1}{\sqrt{x}})}{(x-\sqrt{x})^2}$$

$$\Rightarrow g'(x) = \frac{2x(1+\tan^2 x) - \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}}{2\sqrt{\cos x}}$$

$$\therefore h'(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2}} = \frac{x}{|x|}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2 & x \neq 1 \\ \text{موجود نیست} & x = 1 \end{cases}$$



$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f'(x) - f'(3)}{x - 3} = f''(3) \quad \text{[11]}$$

$$f'(x) = 2x - 3 \Rightarrow f''(x) = 2 \Rightarrow f''(3) = 2$$

112) سرعت قطار: $v(t) = t^2 + 10$: $v(2) = 2^2 + 10 = 14$

$$v(t) = d'(t) = t^2 + 10 \Rightarrow v(2) = 2^2 + 10 = 14$$

113) سرعت صعود در $n=1$ $f''(1)$ است.

$$f'(x) = 4x + 1$$

$$f'(1) = 5$$

$$f''(x) = 4$$

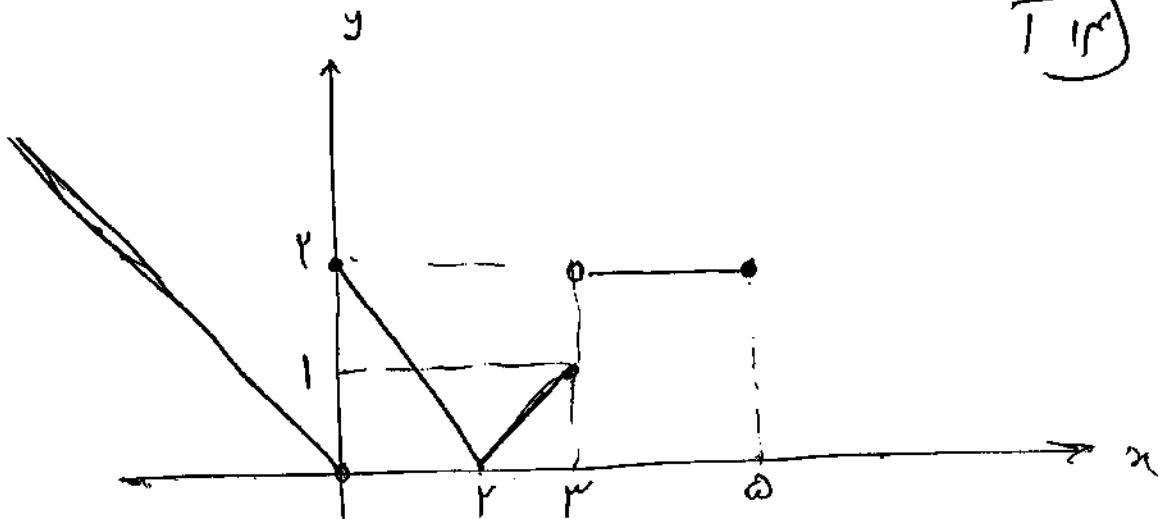
$$g'(x) = 3x^2 + 2$$

$$g'(1) = 5$$

$$g''(x) = 6x \Rightarrow g''(1) = 6$$

در $x=1$ سرعت صعود هر دو برابر 5 است.

13



الف) بازه در $(-\infty, 0)$ و $[2, 5]$ دیگر $\frac{1}{2}$ در بازه
 [3, 5] تر است.

ب) $x=1$ و $x=2$ در تمام نقاط بازه $[3, 5]$ بحر است.
 $x=0$ بحر است، $x=2$ منحنی و تمام نقاط بازه $(3, 5)$ هم بحر است.
 و هم منحنی است.

115 الف) منحنی است.

ب) $f'(x) = -\frac{x^2+1}{(x^2-1)^2}$

$$f(-1) = 4, f(3) = 4, 1$$

$$f'(x) = 1 - \frac{4}{(x+2)^2} \quad \xrightarrow{f'(x)=0} \quad (x+2)^2 = 4$$

$$\Rightarrow x+2 = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} x = -4 & \text{غیر } \checkmark \\ x = 0 & \checkmark \end{cases}$$

نقطہ بحر در داخل بازه $(-1, 3)$ ، $x=0$.

$$f(0) = 3$$

میں منیمم ملنے کے لیے $x=0$ ، $f(0)=3$ ، $f(-1)=4$ ، $f(3)=1$.
 جب $x=-2$ ، $f(-2)=4$ ، $f(3)=1$.

علی محمد

پایخ امتحان شبه نهایی حسابان ۲ بهروزگان

توسعه: علی محمد زاده شهبازی، رتبه ۱۳ کنگور ریاضی ۱۴۰۱

۱ الف) درست یا نادرست. $f'(a) = +\infty$ یا $-\infty$.

۲ الف) ۱۳ ب) ۲ پ) ۵ ت) $+\infty$

۳ اگر چند جمله‌ای $P(x)$ بر $(x-\alpha)$ بخش پذیر باشد، آنگاه $P(\alpha) = 0$ است.

لذا ریشه $x+2$ یعنی $x=-2$ است، $P(-2) = 0$ است.

$$(-2)^3 + (-2)^2 a + (-2) + b = 0 \Rightarrow \underline{4a + b = 10}$$

بقیه تقسیم طری نرمیم.

$$P(x) = (x-1)Q(x) + R(x) \Rightarrow P(1) = f$$

$$1^3 + 1^2 a + 1 + b = f \Rightarrow \underline{a + b = f - 2}$$

از حل دستگاه معادله در جدول داریم

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{f-10}{3} \\ b = -\frac{2f-10}{3} \end{array} \right\} \begin{array}{l} f=4 \\ f=10 \end{array}$$

۴ $x^n - y^n$ اگر n زوج باشد بر $x+y$ بخش پذیر است.

$$x^n - y^n = (x+y)(x^{n-1} - x^{n-2}y + x^{n-3}y^2 - \dots + xy^{n-2} - y^{n-1})$$

$$x^4 - 1 = (x+1)(x^3 - x^2 + x - 1)$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x \quad (5)$$

$$\sin x + 2 \sin x \cos x = 0 \Rightarrow \sin x (1 + 2 \cos x) = 0$$

$$\textcircled{1} \text{ حالت } \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z} \quad \checkmark$$

$$\textcircled{2} \text{ حالت } 1 + 2 \cos x = 0 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \quad \checkmark \\ x = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \quad \checkmark \end{cases}$$

در بازه $[0, 2\pi]$: $0, \pi, 2\pi, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$ \checkmark

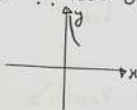
$$1) \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} -1 + \frac{1}{\omega} = \frac{\text{عدد منفی}}{0^+} = -\infty \quad \checkmark$$

(4 الف)

$$2) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x - 12 + 1}{(x-3)(x-4)} = \frac{\text{عدد منفی}}{0^+} = +\infty \quad \checkmark$$

ب) باید ریشه استخراج پیدا کنیم. مشخص است که $x < 0$ خارج الصفر می‌کنند. ولی واضح است که آنها بجانب نامنوس نیستند. زیرا باید تابع حد اول در یک طرف آنها تعریف شده باشد. پس $x = 0$ بجانب نامنوس است. زیرا در سمت راست آن تابع تعریف شده است.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x+|x|} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{2x} = +\infty$$



(5) چون حاصل حد یک عدد است، پس بزرگترین درجه صورت = بزرگترین درجه مخرج

اگر $a = 0$ باشد، $m = 1$ باشد، یا حتی $m = 0$ باشد، امکان پذیر نیست.

پس $a \neq 0$ است، و به ناچار $m = 4$ می‌شود. \checkmark

ا حاصل حد طبق هم ارزی پرتان می‌شود $\frac{a}{1}$ پس $\frac{a}{1} = \frac{1}{1}$ است و $a = \frac{1}{1}$ \checkmark

8) برای به دست آوردن خط قائم، ابتدا باید خط مماس را پیدا کنیم.

نقطه برخورد با محور طول همان ریشه $g(x)$ یعنی $x=1$ است. پس ابتدا $g'(1)$

$$g'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{(x-1)^2}} \Rightarrow g'(1) = +\infty$$

لا باید حساب کنیم.

پس یعنی تابع g در $x=1$ مماس قائم دارد.

لذا خط قائم بر g در $x=1$ یک خط افقی به صورت $y=g(1)$ است. یعنی $y=0$.

$$f(x) = \frac{x^{\frac{1}{3}}(2x^{\frac{2}{3}} - 4x^{\frac{1}{3}})}{x^{\frac{1}{3}}(x^{\frac{2}{3}} - 1)} = \frac{2x^{\frac{2}{3}} - 4x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{2}{3}} - 1} \rightarrow \text{توجه کنید!} \quad [9]$$

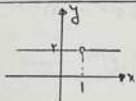
$$\text{شتق صورت} = 3x^{\frac{1}{3}} - 2x^{-\frac{2}{3}}$$

$$\text{شتق مخرج} = \frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}}$$

$$f'(x) = \frac{(2x^{\frac{1}{3}} - 2x^{-\frac{2}{3}})(x^{\frac{2}{3}} - 1) - (\frac{2}{3}x^{\frac{1}{3}})(2x^{\frac{2}{3}} - 4x^{\frac{1}{3}})}{(x^{\frac{2}{3}} - 1)^2}$$

$$g(x) = \tan^2 x + \sqrt{\cos x} \Rightarrow g'(x) = 2(1 + \tan^2 x) \tan x + \frac{-\sin x}{2\sqrt{\cos x}} \quad \checkmark$$

$$h(x) = \sqrt{x^2} \Rightarrow h'(x) = \frac{2x}{2\sqrt{x^2}} = \frac{x}{\sqrt{x^2}} \quad \checkmark \quad (= \frac{x}{|x|})$$



$$\checkmark f'(x) = 2 \quad (D_{f'(1)} = \mathbb{R} - \{1\}) \quad [10]$$

11) حاصل سه همان شتق دم تابع f در $x=3$ است. (زیرا در دایره برابر است با شتق f')

$$f(x) = x^2 - 2x + 5$$

$$f'(x) = 2x - 2$$

$$f''(x) = 2 \rightarrow f''(3) = 2 \quad \checkmark$$

تابع سرعت لحظه‌ای $v(t)$ برابر با همان $d'(t)$ است.

$$v(t) = d'(t) \rightarrow d'(t) = 14 \text{ m/s}$$

$$d'(t) = t^2 + 14$$

۱۱۳) $\frac{d}{dt}$ منظور از سرعت صعود، $\frac{d}{dt}$ مشتق همان است.

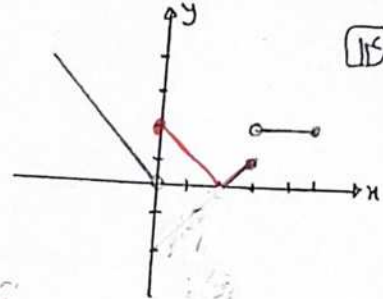
$$f'(x) = 4x + 1 \rightarrow f'(1) = 5$$

$$g'(x) = 3x^2 + 2 \Rightarrow g'(1) = 5 \rightarrow f'(1) > g'(1)$$

$$f'(x) = 4$$

$$g'(x) = 4 \rightarrow \text{در } x=1 \text{ سرعت صعود هر دو برابر است.}$$

۱۱۴) الف) $(-\infty, 0)$, $(2, 5]$



مقادیر بحرانی $x=1$ و $x=2$ و $x=5$ و $x=0$ (نقطه‌های انتهایی باز و بسته)

در \max و \min می‌باشد

۱۱۵) الف) v تا x با دو نقطه بحرانی $x=1$ و $x=2$ برابر است.

$$f'(x) = 1 + \frac{-4}{(x+2)^2} \rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow (x+2)^2 = 4 \Rightarrow x = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} (0, 3) \\ (-1, 3) \\ (2, \frac{24}{5}) \end{array} \right\} \text{کاندیدها} \rightarrow \begin{array}{l} \text{MAX} = (2, \frac{24}{5}) \\ \text{MIN} = (-1, 3) \end{array}$$

«زیبایی را ببینید در زیبایی بخوانید»

همیشه بخندید بفرحید

پاسخ تشریحی سؤالات: علی محمد ظفر شهبازی

رتبه ۱۳^م گلور ریاضی ۱۴۱

دانشجوی مهندسی کامپیوتر دانشگاه شریف