

| | | | |
|---|---------------------|---|-----------------------|
| سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته | نام و نام خانوادگی: | ساعت شروع: ۸ صبح | رشته: ریاضی فیزیک |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه | تعداد صفحه: ۲ | تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۶/۴ | مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریورماه سال ۱۳۹۸ | | مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir | |

| | | |
|------|-----------------------|------|
| ردیف | سوالات پاسخ نامه دارد | نمره |
|------|-----------------------|------|

| | | |
|---|--|-----|
| ۱ | درستی یا نادرستی گزاره های زیر را تعیین کنید. الف) مجموع هر دو عدد فرد ، عددی زوج است. ب) برای هر عدد طبیعی n بزرگتر از ۱ ، عدد $2^n - 1$ اول است. | ۰.۵ |
| ۲ | جاهای خالی را پر کنید. الف) $[a, b] = c$ اگر و تنها اگر دو شرط زیر برقرار باشند: ۱) $a c, b c$ ۲) $\forall m > 0, \dots\dots\dots$ ب) گراف G را $\dots\dots\dots$ می نامیم هرگاه بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد. ج) مقدار $\gamma(C_n)$ به ازای هر عدد طبیعی $n > 2$ برابر است با: $\dots\dots\dots$ د) هرگاه $(kn+1)$ کبوتر یا بیشتر در $\dots\dots\dots$ لانه قرار بگیرند ، در این صورت لانه ای وجود دارد که حداقل $\dots\dots\dots$ کبوتر در آن قرار گرفته است. | ۱/۵ |
| ۳ | برای هر سه عدد حقیقی x, y, z ثابت کنید: $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + xz$ | ۱/۵ |
| ۴ | اگر باقی مانده تقسیم a بر دو عدد ۵, ۶ به ترتیب ۲, ۳ باشد؛ باقی مانده تقسیم عدد a را بر ۳۰ بیابید. | ۱/۵ |
| ۵ | باقی مانده تقسیم $19 + (27)^7$ را بر ۱۳ بیابید. | ۱/۵ |
| ۶ | با تبدیل معادله سیاله خطی $29000x + 5000y = 2000x + 5000y$ به معادله هم نهشتی و حل آن، جواب های عمومی این معادله را بیابید. | ۱/۵ |
| ۷ | گراف G با مجموعه رأس های $V = \{a, b, c, d, e, f\}$ و مجموعه یال های زیر در نظر بگیرید: $E = \{ab, bc, cd, ed, ae, cf, ef\}$ الف) نمودار گراف را رسم کنید. ب) $N_G[b]$ را مشخص کنید. ج) یک مسیر به طول ۵ از b به d بنویسید. | ۲ |
| ۸ | یک گراف ۵ راسی غیر تهی k -منتظم رسم کنید به طوری که: الف) k بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد. ب) k کمترین مقدار ممکن را داشته باشد. | ۱ |
| | « بقیه سوالات در صفحه دوم » | |

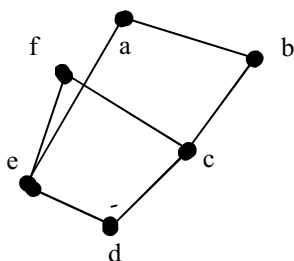
| | | | |
|---|---------------------|--|-----------------------|
| سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته | نام و نام خانوادگی: | ساعت شروع: ۸ صبح | رشته: ریاضی فیزیک |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه | تعداد صفحه: ۲ | تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۶/۴ | مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریورماه سال ۱۳۹۸ | | مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir | |

| | | |
|------|-----------------------|------|
| ردیف | سؤالات پاسخ نامه دارد | نمره |
|------|-----------------------|------|

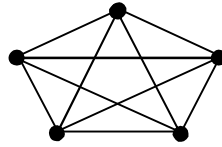
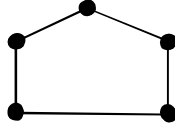
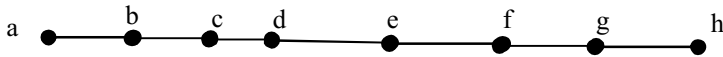
| | | |
|----|--|----------|
| ۹ | الف) گراف p_8 را رسم کنید. ب) یک γ -مجموعه از آن را مشخص کنید. ج) یک مجموعه احاطه گر مینیمال ۴ عضوی از آن را مشخص نمایید. | ۱/۵ |
| ۱۰ | در گراف شکل زیر یک مجموعه احاطه گر غیر مینیمال انتخاب کنید؛ سپس با حذف برخی از راس ها، آن را به یک مجموعه احاطه گر مینیمال تبدیل نمایید. | ۱ |
| | | |
| ۱۱ | ۴ کتاب فیزیک متفاوت و ۵ کتاب ریاضی متفاوت را می توانیم به چند طریق در قفسه ای و در یک ردیف بچینیم به طوری که: الف) همواره کتاب های فیزیک کنار هم باشند. ب) هیچ دو کتاب ریاضی کنار هم نباشند. ج) یک کتاب ریاضی خاص و دو کتاب فیزیک خاص همواره کنار هم باشند. | ۱/۵ |
| ۱۲ | تعداد جواب های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_6 = 12$ با شرط $x_1 \geq 4$, $x_5 \geq 2$ را محاسبه کنید. | ۱ |
| ۱۳ | قرار است چهار مدرس T_1, T_2, T_3, T_4 در چهار جلسه متوالی در چهار کلاس C_1, C_2, C_3, C_4 به گونه ای تدریس کنند که هر مدرس در هر کلاس دقیقاً یک جلسه تدریس کند، برای این منظور برنامه ریزی نمایید. | ۱ |
| ۱۴ | چند عدد طبیعی مانند n به طوری که $1 \leq n \leq 350$ وجود دارد که بر هیچ یک از اعداد ۴ و ۶ بخش پذیر نباشد. | ۱/۵ |
| ۱۵ | ۱۳ نقطه درون یک مستطیل 6×8 قرار دارند؛ نشان دهید حداقل ۲ نقطه از این ۱۳ نقطه وجود دارند که فاصله آنها از هم، کمتر از $\sqrt{8}$ باشد. | ۱/۵ |
| | "موفق باشید" | جمع نمره |
| | | ۲۰ |

| | | | |
|--|-------------------|--|-----------------------|
| راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته | رشته: ریاضی فیزیک | ساعت شروع: ۸ صبح | مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه |
| پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه | | تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۶/۴ | |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۳۹۸ | | مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir | |

| ردیف | راهنمای تصحیح | نمره |
|------|---|------|
| ۱ | الف) درست ۰/۲۵ ب) نادرست ۰/۲۵ صفحه ۳ کتاب | ۰/۵ |
| ۲ | الف) ۰/۵ $\forall m > 0, a m, b m \Rightarrow c \leq m$ ج) $\left\lfloor \frac{n}{\Delta + 1} \right\rfloor$ ۰/۲۵ د) به ترتیب متن سوال n و (k+1) ۰/۵ صفحات ۳ و ۳۹ و ۸۲ کتاب | ۱/۵ |
| ۳ | $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + xz \Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 \geq 2xy + 2yz + 2xz$ ۰/۲۵ $\Leftrightarrow (x^2 + y^2 - 2xy) + (y^2 + z^2 - 2yz) + (x^2 + z^2 - 2xz) \geq 0$ ۰/۵ $\Leftrightarrow (x-y)^2 + (y-z)^2 + (x-z)^2 \geq 0$ ۰/۵ چون نابرابری آخری همواره درست است پس با بازگشت روابط حکم برقرار است. ۰/۲۵ صفحه ۱۱ کتاب | ۱/۵ |
| ۴ | $\begin{cases} a = 5q + 2 \\ a = 6q' + 3 \end{cases} \cdot / 5 \Rightarrow \begin{cases} 6a = 30q + 12 \\ 5a = 30q' + 15 \end{cases} \Rightarrow a = 30q'' - 3 \cdot / 5$ $\Rightarrow a = 30r + 27 \cdot / 5$ صفحه ۱۶ کتاب | ۱/۵ |
| ۵ | $27 \equiv 1 \pmod{5} \Rightarrow (27)^y \equiv 1^y \pmod{5} \Rightarrow (27)^y + 19 \equiv 1^y + 19 = 20 \pmod{5} \Rightarrow (27)^y + 19 \equiv 0 \pmod{5}$ صفحه ۲۱ کتاب | ۱/۵ |
| ۶ | $2x + 5y = 29 \cdot / 25 \Rightarrow 2x \equiv 29 \pmod{25} \Rightarrow 2x \equiv 4 \pmod{25} \Rightarrow x = 5k + 2 \cdot / 5$ $y = -2k + 5 \cdot / 25$ صفحه ۲۷ کتاب | ۱/۵ |
| ۷ | الف) رسم شکل (۱ نمره) ب) $N_G[b] = \{a, b, c\}$ ۰/۵ ج) b, a, e, f, c, d ۰/۵ صفحه ۳۶ و ۳۹ کتاب | ۲ |



| | | | |
|--|------------------|--|---|
| مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه | ساعت شروع: ۸ صبح | رشته: ریاضی فیزیک | راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته |
| تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۶/۴ | | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه | |
| مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir | | دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۳۹۸ | |

| ردیف | راهنمای تصحیح | نمره | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------|--|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|---|
| ۸ | <p>الف) ۰/۵  ۰/۵ (ب) </p> <p>صفحه ۴۲ کتاب</p> | ۱ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۹ | <p>الف) ۰/۵  ۰/۵ (ب) {a, d, g} ۰/۵ (ج) {a, d, e, h} ۰/۵</p> <p>صفحه ۵۴ کتاب</p> <p>لطفاً به پاسخ‌های دیگر برای قسمت‌های ب و ج نمره تعلق گیرد.</p> | ۱/۵ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۰ | <p>یک مجموعه احاطه گر غیر مینیمال به صورت {a, h, f, b} است. ۰/۵</p> <p>اکنون با حذف راس a از آن، یک مجموعه احاطه گر مینیمال به دست می‌آید. ۰/۵</p> <p>صفحه ۴۷ کتاب</p> | ۱ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۱ | <p>الف) ۰/۵ $4! \times 6!$ (ب) ۰/۵ $5! \times 4!$ (ج) ۰/۵ $3! \times 7!$</p> <p>صفحه ۷۲ کتاب</p> | ۱/۵ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۲ | <p>$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 12 \rightarrow y_1 + 3 + x_2 + x_3 + x_4 + y_5 + 4 + x_6 = 12$ ۰/۲۵</p> <p>$y_1 + x_2 + x_3 + x_4 + y_5 + x_6 = 5$ ۰/۲۵ $\xrightarrow{\binom{n+k-1}{k-1}} \binom{5+6-1}{6-1}$ (۰/۵)</p> <p>صفحه ۷۲ کتاب</p> | ۱ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۳ | <p>۱ ۲ ۳ ۴</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>C_1</td> <td>T_1</td> <td>T_2</td> <td>T_3</td> <td>T_4</td> </tr> <tr> <td>C_2</td> <td>T_4</td> <td>T_1</td> <td>T_2</td> <td>T_3</td> </tr> <tr> <td>C_3</td> <td>T_3</td> <td>T_4</td> <td>T_1</td> <td>T_2</td> </tr> <tr> <td>C_4</td> <td>T_2</td> <td>T_3</td> <td>T_4</td> <td>T_1</td> </tr> </table> <p>صفحه ۷۳ (این جدول یکی از پاسخ‌های ممکن است، لطفاً به پاسخ‌های درست دیگر نمره تعلق گیرد)</p> | C_1 | T_1 | T_2 | T_3 | T_4 | C_2 | T_4 | T_1 | T_2 | T_3 | C_3 | T_3 | T_4 | T_1 | T_2 | C_4 | T_2 | T_3 | T_4 | T_1 | ۱ |
| C_1 | T_1 | T_2 | T_3 | T_4 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| C_2 | T_4 | T_1 | T_2 | T_3 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| C_3 | T_3 | T_4 | T_1 | T_2 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| C_4 | T_2 | T_3 | T_4 | T_1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

| | | | |
|--|------------------|--|---|
| مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه | ساعت شروع: ۸ صبح | رشته: ریاضی فیزیک | راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته |
| تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۶/۴ | | پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه | |
| مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir | | دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۳۹۸ | |

| ردیف | راهنمای تصحیح | نمره | | | | | | | | | | | | |
|------|---|------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|-----|
| ۱۴ | $ \overline{A_1} \cap \overline{A_2} = \overline{A_1 \cup A_2} = S - A_1 - A_2 + A_1 \cap A_2 = 350 - \left[\frac{350}{4}\right] - \left[\frac{350}{6}\right] + \left[\frac{350}{12}\right] = 234 \quad ۰/۷۵$ <p style="text-align: right;">صفحه ۸۴ کتاب</p> | ۱/۵ | | | | | | | | | | | | |
| ۱۵ | <p>تعداد لانه ها : ۱۲ مربع به مانند شکل ۰/۲۵</p> <p>تعداد کبوترها : ۱۳ نقطه ۰/۲۵</p> <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td style="text-align: center;"> </td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> </tr> </table> <p>طبق اصل لانه کبوتری دو نقطه مانند A و B در یک لانه جای می گیرند. پس:</p> $\begin{cases} AH < 2 \\ BH < 2 \end{cases} \Rightarrow AH^2 + BH^2 < 8 \quad ۰/۵ \Rightarrow AB^2 < 8 \Rightarrow AB < \sqrt{8} \quad ۰/۵$ <p style="text-align: right;">صفحه ۸۵ کتاب</p> | | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | • | ۱/۵ |
| | • | • | • | | | | | | | | | | | |
| • | • | • | • | | | | | | | | | | | |
| • | • | • | • | | | | | | | | | | | |

«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»