

کد کنترل

276

F



276F

## آزمون (نیمه‌متمرکز) ورود به دوره‌های دکتری - سال ۱۴۰۱

دفترچه شماره (۱)

صبح جمعه ۱۴۰۰/۱۲/۱۶



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
سازمان سنجش آموزش کشور

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»  
امام خمینی (ره)

رشته نانوفیزیک  
(کد ۲۲۳۷)

جدول مواد امتحانی، تعداد، شماره سؤال‌ها و زمان پاسخ‌گویی

زمان پاسخ‌گویی	تا شماره	از شماره	تعداد سؤال	مواد امتحانی
۱۵۰ دقیقه	۴۵	۱	۴۵	مجموعه دروس تخصصی: - فیزیک پایه ۱، ۲ و ۳ (شامل کل کتاب فیزیک هالیدی آخرین ویرایش) - مکانیک کوانتومی و مکانیک کوانتومی پیشرفته - الکترومغناطیس و الکتروپنایمیک - ترمودینامیک و مکانیک آماری پیشرفته ۱ - مبانی نانو تکنولوژی

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

حن چایه تکثیر و انتشار سؤال‌ها به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و یا منتظران برابر مقررات رفتار می‌شود.

\* متقاضی گرامی، وارد نکردن مشخصات و امضا در کادر زیر، به منزله غیبت و حضور نداشتن در جلسه آزمون است.

اینجانب ..... با شماره داوطلبی ..... یا آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤال‌ها، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سؤال‌ها و پایین پاسخنامه‌ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

۱- کدام یک از کمیت‌های زیر بعد (دیمانسیون) طول دارد؟ (e سرعت نور، G ثابت جهانی گرانش و ħ ثابت پلانک هستند.)

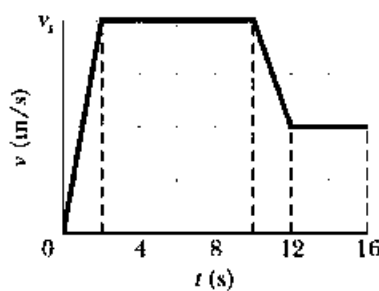
$$\sqrt{\frac{G\hbar}{c^3}} \quad (1)$$

$$\sqrt{\frac{G\hbar}{c^2}} \quad (2)$$

$$\sqrt{\frac{G\hbar^2}{c^3}} \quad (3)$$

$$\sqrt{\frac{G\hbar^2}{c^2}} \quad (4)$$

۲- نمودار سرعت بر حسب زمان متحرکی که در یک مسیر مستقیم حرکت می‌کند در شکل زیر داده شده است که در آن  $v_0 = 80 \text{ m/s}$ . مسافت طی شده، سرعت متوسط و شتاب متوسط در بازه زمانی  $t = 0$  تا  $t = 16 \text{ s}$  کدام‌اند؟



$$1/25 \text{ m/s}^2, 55 \text{ m/s}, 880 \text{ m} \quad (1)$$

$$2/5 \text{ m/s}^2, 62/5 \text{ m/s}, 1000 \text{ m} \quad (2)$$

$$2/5 \text{ m/s}^2, 55 \text{ m/s}, 880 \text{ m} \quad (3)$$

$$1/25 \text{ m/s}^2, 62/5 \text{ m/s}, 1000 \text{ m} \quad (4)$$

۳- کدام یک از بردارهای زیر در صفحه‌ای واقع است که دو بردار  $\hat{i} + \hat{j}$  و  $\hat{j} - 2\hat{k}$  در آن قرار دارند و بر بردار  $\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$  نیز عمود است؟

نیز عمود است؟

$$3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k} \quad (1)$$

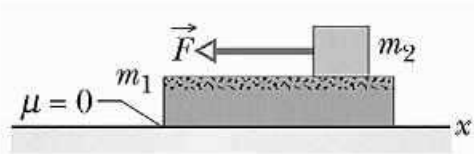
$$2\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k} \quad (2)$$

$$\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k} \quad (3)$$

$$\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k} \quad (4)$$

۴- جرم اجسام نشان داده شده در شکل زیر،  $m_1 = 40 \text{ kg}$  و  $m_2 = 12 \text{ kg}$  است. ضریب اصطکاک جنبشی و ایستایی بین دو جسم به ترتیب  $0/4$  و  $0/6$  است. جسم  $m_1$  با سطح زیرین خود اصطکاک ندارد. در اثر اعمال نیروی

$$F = 100 \text{ N} \text{ به جسم بالایی، شتاب هر یک از دو جسم بر حسب } \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ چقدر است؟ (} g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{)}$$



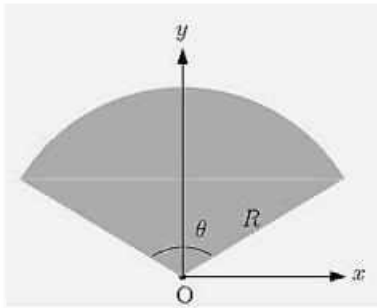
(۱)  $a_2 = 0/95$  ,  $a_1 = 0/95$

(۲)  $a_2 = 1/9$  ,  $a_1 = 1/9$

(۳)  $a_2 = 2/3$  ,  $a_1 = 1/8$

(۴)  $a_2 = 4/3$  ,  $a_1 = 1/2$

۵- در شکل زیر قطاع نازکی از یک قرص به شعاع  $R$  و زاویه  $\theta$  با توزیع جرم یکنواخت نشان داده شده است. مختصه



$y$  مرکز جرم این قطعه کدام است؟

(۱)  $\frac{2R \sin \theta}{3 \theta}$

(۲)  $\frac{2R \sin(\theta/2)}{3 \theta}$

(۳)  $\frac{4R \sin \theta}{3 \theta}$

(۴)  $\frac{4R \sin(\theta/2)}{3 \theta}$

۶- توپ کوچکی به جرم  $m_2$  در نقطه‌ای روی محور  $x$  ساکن است. توپ کوچک دیگری به جرم  $m_1$  که با سرعت

$$\vec{v}_1 = v_1 \hat{i} \text{ روی محور } x \text{ به سمت توپ اول در حرکت است به صورت روی در روی و کشسان به آن برخورد می‌کند.}$$

به ازای  $m_2 = 2m_1$  سرعت توپ‌ها بعد از برخورد، کدام‌اند؟

(۱)  $\vec{v}'_1 = -\frac{2v_1}{3} \hat{i}$  ,  $\vec{v}'_2 = \frac{v_1}{3} \hat{i}$

(۲)  $\vec{v}'_1 = \frac{v_1}{3} \hat{i}$  ,  $\vec{v}'_2 = \frac{2v_1}{3} \hat{i}$

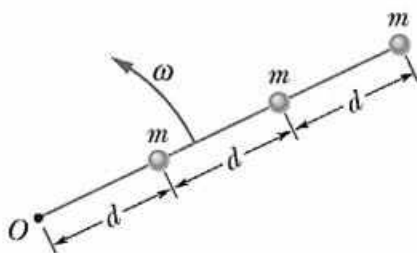
(۳)  $\vec{v}'_1 = -\frac{v_1}{3} \hat{i}$  ,  $\vec{v}'_2 = \frac{2v_1}{3} \hat{i}$

(۴)  $\vec{v}'_1 = \frac{2v_1}{3} \hat{i}$  ,  $\vec{v}'_2 = \frac{v_1}{3} \hat{i}$

۷- سه گلوله هر یک به جرم  $m$  مطابق شکل زیر به وسیله نخ‌های بدون جرمی به طول  $d$  به یکدیگر متصل شده‌اند.

در وضعیتی که مجموعه با سرعت زاویه‌ای ثابت  $\omega$  حول محور گذرنده از نقطه  $O$  دوران می‌کند انرژی جنبشی و

تکانه زاویه‌ای این مجموعه حول محور دوران کدام‌اند؟



(۱)  $6md^2\omega$  ,  $3md^2\omega^2$

(۲)  $14md^2\omega$  ,  $7md^2\omega^2$

(۳)  $14md^2\omega$  ,  $3md^2\omega^2$

(۴)  $6md^2\omega$  ,  $7md^2\omega^2$

۸- دو بار نقطه‌ای  $q_1 = +4q$  و  $q_2 = +9q$  به ترتیب در نقاطی با مختصات  $x_1$  و  $x_2$  روی محور  $x$  در نظر بگیرید. بار نقطه‌ای  $q_3$  چقدر باشد و در چه نقطه‌ای روی محور  $x$  قرار داده شود تا نیروی وارد بر هر یک از بارها توسط دو بار دیگر صفر شود؟

$$q_3 = -\frac{6}{5}q, \quad x_3 = \frac{2}{5}x_1 + \frac{3}{5}x_2 \quad (1)$$

$$q_3 = -\frac{36}{25}q, \quad x_3 = \frac{2}{5}x_1 + \frac{3}{5}x_2 \quad (2)$$

$$q_3 = -\frac{36}{25}q, \quad x_3 = \frac{2}{5}x_1 + \frac{2}{5}x_2 \quad (3)$$

$$q_3 = -\frac{6}{5}q, \quad x_3 = \frac{3}{5}x_1 + \frac{2}{5}x_2 \quad (4)$$

۹- در پراکندگی رادرفورد ذرات آلفا با انرژی جنبشی  $E_k$  از هسته‌های آلومینیوم ( $Z = 13$ ) موجود در یک ورقه نازک آلومینیومی، اگر کمترین فاصله ممکن یک ذره آلفا از مرکز یک هسته آلومینیوم  $5 \text{ fm}$  باشد،  $E_k$  چند  $\text{MeV}$  است؟

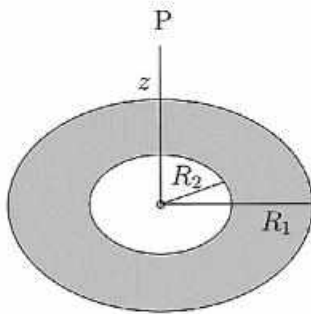
$$(1) \quad 4/3$$

$$(2) \quad 7/5$$

$$(3) \quad 8/8$$

$$(4) \quad 12$$

۱۰- بار الکتریکی به صورت یکنواخت با چگالی سطحی  $\sigma$  بر روی سطح یک قرص نازک به شعاع داخلی  $R_2$  و شعاع خارجی  $R_1 = 2R_2$  توزیع شده است. میدان الکتریکی در نقطه  $P$  به فاصله  $z = R_1$  از مرکز قرص کدام است؟



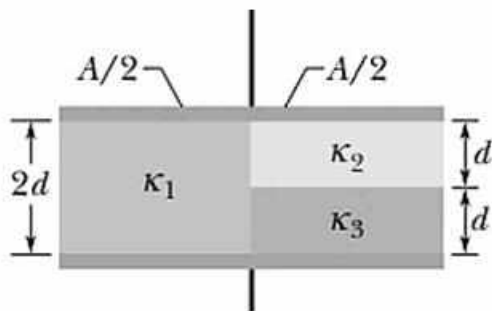
$$\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left( 2 + \frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{2}{\sqrt{8}} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left( \frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{2}{\sqrt{8}} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left( 2 + \frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{8}} \right) \quad (3)$$

$$\frac{\sigma}{\epsilon_0} \left( \frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{8}} \right) \quad (4)$$

۱۱- یک خازن تخت که مساحت هر یک از صفحات آن  $A$  و فاصله بین دو صفحه آن  $2d$  است مطابق شکل با سه دی الکتریک با ثابت‌های  $\kappa_1 = \kappa$ ،  $\kappa_2 = 2\kappa$  و  $\kappa_3 = 6\kappa$  پر شده است. ظرفیت این خازن کدام است؟



$$\frac{11K\epsilon_0 A}{4d} \quad (1)$$

$$\frac{17K\epsilon_0 A}{20d} \quad (2)$$

$$\frac{K\epsilon_0 A}{d} \quad (3)$$

$$\frac{17K\epsilon_0 A}{4d} \quad (4)$$

۱۲- سرعت سوق الکترون‌ها در یک سیم مسی به شعاع  $1\text{mm}$  که جریان  $1\text{mA}$  به صورت یکنواخت از سطح مقطع آن می‌گذرد چند  $\frac{\text{m}}{\text{s}}$  است؟ (چگالی و جرم مولی مس به ترتیب  $9\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  و  $64\frac{\text{g}}{\text{mol}}$  است.)

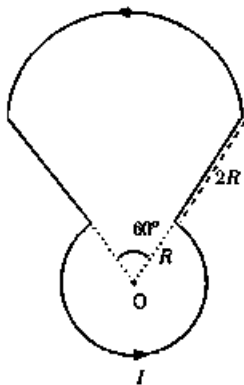
(۱)  $2,4 \times 10^{-2}$

(۲)  $2,4 \times 10^{-6}$

(۳)  $2,4 \times 10^{-4}$

(۴)  $2,4 \times 10^{-8}$

۱۳- میدان مغناطیسی در نقطه O، ناشی از جریان الکتریکی I گذرنده از حلقه سیم نشان داده شده در شکل زیر کدام است؟



(۱)  $\frac{4\mu_0 I}{9R}$

(۲)  $\frac{31\pi\mu_0 I}{36R}$

(۳)  $\frac{29\pi\mu_0 I}{36R}$

(۴)  $\frac{8\mu_0 I}{9R}$

۱۴- عقربه یک قطب‌نما، تیغه‌ای متوازی‌السطوح به طول  $1,7\text{cm}$ ، عرض  $1,7\text{mm}$  و ضخامت  $1,7\text{mm}$  از جنس آهن خالص با چگالی  $7,9\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  است. اگر مغناطش عقربه ناشی از همسوسدگی ده درصد از گشتاورهای (ممان‌های)

دوقطبی مغناطیسی اتم‌های آهن موجود در عقربه باشد، گشتاور دوقطبی مغناطیسی عقربه بر حسب  $\frac{\text{J}}{\text{T}}$  چقدر

است؟ (گشتاور دوقطبی مغناطیسی یک اتم آهن و جرم مولی آهن به ترتیب  $2,1 \times 10^{-23}\frac{\text{J}}{\text{T}}$  و  $56\frac{\text{g}}{\text{mol}}$  هستند.)

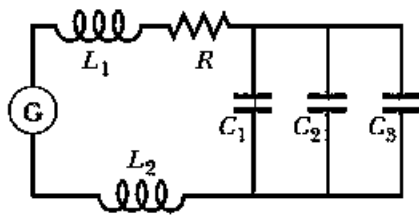
(۱)  $1,8$

(۲)  $1,8 \times 10^{-2}$

(۳)  $1,8 \times 10^{-1}$

(۴)  $1,8 \times 10^{-3}$

۱۵- بسامد تشدید مدار RLC نشان داده شده در شکل زیر که به یک منبع تغذیه متناوب سینوسی با بسامد قابل تنظیم متصل است به ازای  $L_2 = 2L_1 = 2L$  و  $C_3/3 = C_2/2 = C_1 = C$  کدام است؟



$$\sqrt{\frac{33}{12}} \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (1)$$

$$\sqrt{\frac{11}{18}} \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{6} \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (4)$$

۱۶- هامیلتونی یک ذره اسپین  $\frac{1}{2}$  در پایه متشکل از ویژه بردارهای عملگر  $S_z$  به شکل  $H = a \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  است که  $a$

ضریبی حقیقی است. نمایش این هامیلتونی در پایه متشکل از ویژه بردارهای  $S_y$  یعنی بردارهای  $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$  و

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} i \\ 1 \end{pmatrix} \text{، کدام است؟}$$

$$\frac{a}{2} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$\frac{a}{2} \begin{pmatrix} 1 & 2+i \\ 2-i & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$\frac{a}{2} \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$\frac{a}{2} \begin{pmatrix} 1 & 2-i \\ 2+i & 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

۱۷- نوسانگر هماهنگ یک بعدی به جرم  $m$  و بسامد زاویه‌ای  $\omega$  در نظر بگیرید. اگر  $|\beta\rangle$  ویژه بردار بهنجار عملگر پایین‌بر باشد:  $a|\beta\rangle = \beta|\beta\rangle$ ، عدم قطعیت منتوم خطی نوسانگر در حالت  $|\beta\rangle$  کدام است؟  $(\text{Re}\beta)$  و  $(\text{Im}\beta)$  به ترتیب بخش

$$\text{حقیقی و موهومی } \beta \text{ هستند، } a = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} (x + i \frac{p}{m\omega}) \text{ و } \Delta A = \sqrt{\langle A^2 \rangle - \langle A \rangle^2}$$

$$\sqrt{\frac{hm\omega}{2}} \quad (1)$$

$$\sqrt{2hm\omega} (1 + |\beta|^2)^{1/2} \quad (2)$$

$$\sqrt{\frac{hm\omega}{2}} (4(\text{Re}\beta)^2 + 4(\text{Im}\beta)^2 - 1)^{1/2} \quad (3)$$

$$\sqrt{2hm\omega} (6(\text{Re}\beta)^2 + 2(\text{Im}\beta)^2 - 1)^{1/2} \quad (4)$$

۱۸- آنسامبلی از سیستم‌هایی که فضای هیلبرت آن‌ها دوبعدی است در نظر بگیرید. کدام ماتریس چگالی معرف یک آنسامبل خالص از این سیستم است؟

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & 1+i \\ 1-i & 2 \end{pmatrix} \quad (۴)$$

۱۹- اگر  $|\ell, m\rangle$  ویژه بردار مشترک عملگرهای  $L^2$  و  $L_z$  و  $|\hat{n}\rangle$  ویژه بردار مکان و  $\hat{n}$  برداری که در مختصات کروی به شکل  $\hat{n} = (\theta, \phi)$  داده شده،  $\hat{z}$  برداری به طول واحد در امتداد محور  $z$  و  $\Pi$  عملگر پاریته باشند، کدام عبارت در همه موارد نمی‌تواند درست باشد؟ ( $L_+ = L_x + iL_y$ )

$$\langle \hat{n} | L_+ | \ell, \ell \rangle = 0 \quad (۱)$$

$$\langle \ell, m | \hat{z} \rangle = \sqrt{\frac{2\ell+1}{4\pi}} \quad (۲)$$

$$\Pi | \ell, m \rangle = (-1)^\ell | \ell, m \rangle \quad (۳)$$

$$-i\hbar \frac{\partial}{\partial \phi} \langle \hat{n} | \ell, m \rangle = m \langle \hat{n} | \ell, m \rangle \quad (۴)$$

۲۰- اگر  $\Theta$  عملگر وارونی زمان،  $\vec{S}$  عملگر اسپین،  $\vec{L}$  عملگر ممنتوم زاویه‌ای مداری،  $|\psi\rangle$  بردار دلخواهی از فضای هیلبرت،  $|\mathbf{j}, m\rangle$  ویژه بردار مشترک عملگرهای  $J^2$  و  $J_z$  و ضریب  $\alpha$  عددی حقیقی باشند، کدام رابطه نادرست است؟

$$\langle \vec{x}' | \Theta | \psi \rangle = \langle \vec{x}' | \psi \rangle^* \quad (۱)$$

$$\Theta (\vec{S} \cdot \vec{L}) \Theta^{-1} = \vec{S} \cdot \vec{L} \quad (۲)$$

$$\Theta | \mathbf{j}, m \rangle = i^m | \mathbf{j}, -m \rangle \quad (۳)$$

$$\Theta e^{-i\alpha J_y} \Theta^{-1} = e^{i\alpha J_y} \quad (۴)$$

۲۱- ذره‌ای به جرم  $m$  و انرژی  $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$  تحت تأثیر پتانسیل یوکاوا  $V(r) = \beta \frac{e^{-\mu r}}{r}$  که  $\mu$  و  $\beta$  ضرایب ثابت مثبتی

هستند، پراکنده می‌شود. دامنه پراکندگی  $f(\theta)$  در تقریب اول بورن کدام است؟ ( $\theta$  زاویه پراکندگی است).

$$\frac{m\beta}{\hbar^2 (\mu^2 + k^2 \sin^2 \theta)} \quad (1)$$

$$\frac{2m\beta}{\hbar^2 (\mu^2 + k^2 \sin^2 \theta)} \quad (2)$$

$$-\frac{2m\beta}{\hbar^2 (\mu^2 + k^2 \sin^2(\theta/2))} \quad (3)$$

$$\frac{m\beta}{\hbar^2 (\mu^2 - k^2 \sin^2(\theta/2))} \quad (4)$$

۲۲- سیستم دو تراز با هامیلتونی  $H_0$  که ویژه حالت‌های آن  $\psi_1$  و  $\psi_2$  با ویژه مقدارهای  $E_1$  و  $E_2$  هستند را در نظر بگیرید. اگر در زمان  $t = -\infty$  سیستم در حالت  $\psi_1$  باشد و در این لحظه تحت تأثیر هامیلتونی اختلالی

$$H'(t) = \begin{pmatrix} 0 & \alpha e^{-t^2/\tau^2} \\ \alpha e^{-t^2/\tau^2} & 0 \end{pmatrix}$$

قرار گیرد که  $\alpha$  و  $\tau$  ثابت‌های مثبتی در آن هستند. در اختلال مرتبه اول،

احتمال آن که در لحظه  $t = +\infty$  سیستم در حالت  $\psi_2$  یافت شود، کدام است؟ ( $\omega_0 = (E_2 - E_1)/\hbar$ )

$$\frac{\pi \alpha^2 \tau^2}{\hbar^2} \quad (1)$$

$$\frac{\pi \alpha^2 \tau^2}{\hbar^2} e^{-\tau^2 \omega_0^2} \quad (2)$$

$$\frac{\pi \alpha^2 \tau^2}{2\hbar^2} e^{-\tau^2 \omega_0^2} \quad (3)$$

$$\frac{\pi \alpha^2 \tau^2}{\hbar^2} e^{-\tau^2 \omega_0^2 / 2} \quad (4)$$



۲۳- ذره‌ای به جرم  $m$  و انرژی  $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$  از سمت چپ به پتانسیل یک‌بعدی:

$$V(x) = \begin{cases} 0 & x < -a \\ -V_0 & -a \leq x \leq 0 \\ \infty & x > 0 \end{cases}$$

برخورد می‌کند، که  $V_0$  و  $a$  مقادیر ثابت مثبتی هستند. اگر موج ورودی  $Ae^{ikx}$  باشد، موج بازتابی کدام است؟

$$(k' = \sqrt{2m(E + V_0)}/\hbar)$$

$$Ae^{-\gamma ika} \left[ \frac{k + ik' \cot(k'a)}{k - ik' \cot(k'a)} \right] e^{-ikx} \quad (1)$$

$$Ae^{-\gamma ika} \left[ \frac{k - ik' \tan(k'a)}{k + ik' \tan(k'a)} \right] e^{-ikx} \quad (2)$$

$$Ae^{-\gamma ika} \left[ \frac{k - ik' \cot(k'a)}{k + ik' \cot(k'a)} \right] e^{-ikx} \quad (3)$$

$$Ae^{-\gamma ika} \left[ \frac{k + ik' \tan(k'a)}{k - ik' \tan(k'a)} \right] e^{-ikx} \quad (4)$$

۲۴- یک کره رسانا به شعاع  $R$  در میدان الکتریکی یکنواخت  $\vec{E} = E_0 \hat{k}$  قرار دارد. پتانسیل الکتریکی در خارج از این رسانا در مختصات کروی به صورت:

$$V(r, \theta) = -E_0 \left( r - \frac{R^3}{r^2} \right) \cos \theta + C \left( 1 - \frac{R}{r} \right)$$

داده می‌شود که در آن  $C$  ضریبی ثابت و مبدأ مختصات بر مرکز کره منطبق است. اگر بار کل رسانا برابر  $Q$  باشد، ثابت  $C$  کدام است؟

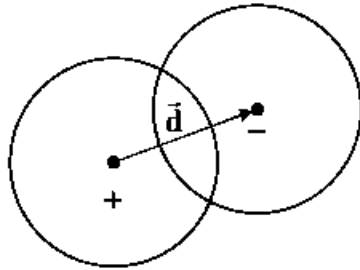
$$-\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} \quad (1)$$

$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} \quad (2)$$

$$-\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} + \frac{3}{2} E_0 R \quad (3)$$

$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} - \frac{3}{2} E_0 R \quad (4)$$

۲۵- دو کره هر یک به شعاع  $R$  با چگالی بار حجمی یکنواخت  $+\rho_0$  و  $-\rho_0$  طوری قرار گرفته‌اند که مطابق شکل زیر با یکدیگر هم‌پوشانی دارند. بردار  $\vec{d}$  مرکز این دو کره را به هم وصل می‌کند و جهت آن از سمت کره مثبت به کره منفی است. میدان الکتریکی در ناحیه‌ای که دو کره با یکدیگر هم‌پوشانی دارند کدام است؟ ( $\vec{r}$  بردار مکان نقطه‌ای داخل ناحیه هم‌پوشانی نسبت به مرکز کره مثبت است.)



$$\frac{\rho_0}{3\epsilon_0} \vec{d} \quad (1)$$

$$\frac{\rho_0 r}{3\epsilon_0 d} \vec{d} \quad (2)$$

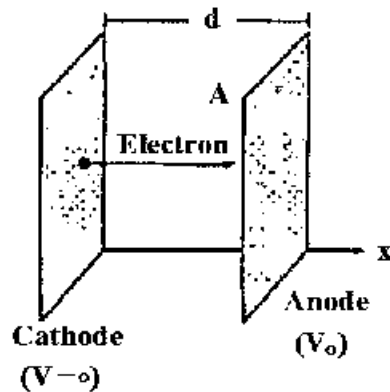
$$\frac{\rho_0 d}{3\epsilon_0 r} \vec{r} \quad (3)$$

$$\frac{\rho_0}{3\epsilon_0} (d - r) \quad (4)$$

۲۶- پتانسیل برداری در داخل و خارج از کره‌ای به شعاع  $R$  در مختصات کروی به شکل زیر داده شده است:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \begin{cases} \alpha R r \sin \theta \hat{\phi} & r \leq R \\ \alpha R^2 \frac{1}{r^2} \sin \theta \hat{\phi} & r \geq R \end{cases}$$

که  $\alpha$  ضریبی ثابت است. اگر  $\vec{B}_1$  میدان مغناطیسی در داخل کره و  $\vec{B}_2$  میدان مغناطیسی در خارج کره باشد، کدام رابطه درست است؟



$$\vec{B}_2 \cdot \hat{r} - \vec{B}_1 \cdot \hat{r} = 3\alpha R \sin \theta \quad \text{for } r = R \quad (1)$$

$$\vec{B}_2 \cdot \hat{\theta} - \vec{B}_1 \cdot \hat{\theta} = 2\alpha R \cos \theta \quad \text{for } r = R \quad (2)$$

$$\vec{B}_2 \cdot \hat{\theta} - \vec{B}_1 \cdot \hat{\theta} = \alpha R \sin \theta \quad \text{for } r = R \quad (3)$$

$$\vec{B}_2 \cdot \hat{r} - \vec{B}_1 \cdot \hat{r} = 2\alpha R \cos \theta \quad \text{for } r = R \quad (4)$$

۲۷- موج الکترومغناطیسی یکنواختی در جهت  $+z$  حرکت می‌کند و میدان الکتریکی آن برابر است با:

$$\vec{E} = 10 \sin(\omega t - \beta z) \hat{i} + 20 \cos(\omega t - \beta z) \hat{j}$$

که  $\omega$  و  $\beta$  ضریب‌هایی ثابت هستند. این موج در مسیر حرکت خود با صفحه رسانای کامل تختی واقع در  $z=0$  برخورد می‌کند. بردار چگالی جریان سطحی روی صفحه رسانای کامل کدام است؟

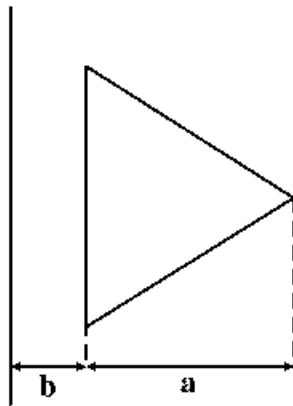
$$\vec{K} = \frac{20\beta}{\mu_0 \omega} (-\sin \omega t \hat{i} - 2 \cos \omega t \hat{j}) \quad (1)$$

$$\vec{K} = \frac{10\beta}{\mu_0 \omega} (\sin \omega t \hat{i} - 2 \cos \omega t \hat{j}) \quad (2)$$

$$\vec{K} = \frac{20\beta}{\mu_0 \omega} (\sin \omega t \hat{i} + 2 \cos \omega t \hat{j}) \quad (3)$$

$$\vec{K} = \frac{10\beta}{\mu_0 \omega} (-\sin \omega t \hat{i} + 2 \cos \omega t \hat{j}) \quad (4)$$

۲۸- القای متقابل میان یک سیم رسانای مستقیم بسیار بلند و یک حلقه سیم به شکل مثلث متساوی‌الاضلاع که مطابق شکل زیر در یک صفحه قرار دارند، کدام است؟ (a ارتفاع مثلث و b فاصله ضلع موازی با سیم مستقیم تا آن سیم، است.)



$$(1) \frac{\mu_0 \sqrt{3}}{\pi} \left( (a+b) \ln \frac{a+b}{a} - b \right)$$

$$(2) \frac{\mu_0 \sqrt{3}}{\pi} \left( (a+b) \ln \frac{a+b}{b} - a \right)$$

$$(3) \frac{\mu_0}{\pi \sqrt{3}} \left( (a+b) \ln \frac{a+b}{a} - b \right)$$

$$(4) \frac{\mu_0}{\pi \sqrt{3}} \left( (a+b) \ln \frac{a+b}{b} - a \right)$$

۲۹- در ناحیه‌ای از فضا که خالی از چشمه بار و جریان الکتریکی است، میدان مغناطیسی برابر است با:

$$\vec{H}(x,y,t) = \sin(\alpha x) \sin(\beta y) \cos(\omega t) \hat{i}$$

که  $\omega$ ،  $\alpha$  و  $\beta$  ضرایب ثابتی هستند. برای آن که این میدان مغناطیسی در معادله‌های ماکسول صدق کند، چه رابطه‌ای میان این ضرایب ثابت باید وجود داشته باشد؟ ( $\epsilon$  و  $\mu$  به ترتیب ضرایب‌های گذردهی الکتریکی و نفوذپذیری مغناطیسی ثابت در ناحیه مورد نظر هستند.)

$$(1) \alpha^2 + \beta^2 - \epsilon \mu \omega^2 = 0$$

$$(2) \alpha^2 + \beta^2 + \epsilon \mu \omega^2 = 0$$

$$(3) (\alpha + \beta)^2 - \epsilon \mu \omega^2 = 0$$

$$(4) (\alpha + \beta)^2 + \epsilon \mu \omega^2 = 0$$

۳۰- توان تشعشعی در واحد زاویه فضایی برای ذره‌ای با بار الکتریکی q که روی یک خط مستقیم با سرعت  $\vec{v}$  و شتاب  $\vec{a}$  در حرکت است توسط رابطه زیر داده می‌شود:

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{q^2 c^3}{16\pi^2 \epsilon_0} \frac{|\hat{n} \times (\hat{n} \times \vec{a})|^2}{(c - \hat{n} \cdot \vec{v})^5}$$

توان کل تابشی از این ذره باردار کدام است؟  $\hat{n}$  برداریکه در امتداد محل مشاهده، c تندی نور در خلا و

$$\gamma = \left( 1 - (v/c)^2 \right)^{-1/2} \text{ است.}$$

$$(1) P = \frac{\mu_0 q^2 a^2 \gamma^2}{4\pi c}$$

$$(2) P = \frac{\mu_0 q^2 a^2 \gamma^4}{4\pi c}$$

$$(3) P = \frac{\mu_0 q^2 a^2 \gamma^6}{6\pi c}$$

$$(4) P = \frac{\mu_0 q^2 a^2 \gamma^2}{4\pi c}$$

۳۱- ۶ ذره تمییزپذیر می‌توانند سه تراز انرژی را اشغال کنند. هر یک از ترازها می‌تواند با ۲ ذره اشغال شود. اگر تبهگنی هر یک از سه تراز ۲ باشد، چند امکان برای اشغال شدن این ترازها به وسیله این ذرات وجود دارد؟

(۱) ۷۲۰

(۲) ۵۷۶۰

(۳) ۴۶۰۸۰

(۴) ۱۱۵۲۰

۳۲- آنتروپی یک گاز ایدئال تک‌اتمی متشکل از ذراتی به جرم  $m$  در حجم  $V$  و دمای  $T$  به صورت

$$S = Nk \left[ \ln \left( \frac{V n_Q(T)}{N} \right) + \frac{5}{2} \right] - kT \ln \left( \frac{V n_Q(T)}{N} \right) \quad (۱)$$

پناسیل شیمیایی این گاز کدام است؟  $n_Q(T) = \left( \frac{mkT}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2}$

$$- \frac{kT}{2} \ln \left( \frac{V n_Q(T)}{N} \right) \quad (۲)$$

$$- kT \left[ \ln \left( \frac{V n_Q(T)}{N} \right) + \frac{3}{2} \right] \quad (۳)$$

$$- \frac{kT}{2} \left[ \ln \left( \frac{V n_Q(T)}{N} \right) + \frac{3}{2} \right] \quad (۴)$$

۳۳- تغییر آنتروپی یک مول گاز ایدئال تک‌اتمی در تحولی از حالت تعادل اولیه  $(T, V)$  به حالت تعادل نهایی  $\left( 2T, \frac{V}{2} \right)$

برحسب ثابت گازها،  $R$ ، چقدر است؟

(۱)  $\frac{3R}{2} \ln 2$

(۲)  $\frac{R}{2} \ln 2$

(۳)  $R \ln 2$

(۴)  $2R \ln 2$

۳۴- هامیلتونی دستگاهی متشکل از  $N$  نوسانگر هماهنگ ساده سه‌بعدی  $\left( \frac{\vec{p}_i \cdot \vec{p}_i}{2m} + \frac{1}{2} m \omega^2 \vec{r}_i \cdot \vec{r}_i \right)$  است.  $H = \sum_{i=1}^N$

در مجموعه آماری کانونیک که دستگاه در تعادل گرمایی با منبعی به دمای  $T$  است، انرژی داخلی این دستگاه کدام است؟ (نوسانگرها را کلاسیکی در نظر بگیرید.)

(۱)  $\frac{1}{2} NkT$

(۲)  $NkT$

(۳)  $\frac{3}{2} NkT$

(۴)  $3NkT$

۳۵- تابع پارش یک دستگاه ترمودینامیکی در مجموعه آماری کانونیک  $Q = \sum_i g_i \exp(-\beta E_i)$  است. مقدار  $\langle E^2 \rangle$

کدام است؟  $\left( \beta = \frac{1}{kT} \right)$

(۱)  $\frac{k^2 T^4}{Q} \frac{\partial^2 Q}{\partial T^2}$

(۲)  $\frac{1}{Q} \frac{\partial^2 \ln Q}{\partial \beta^2}$

(۳)  $\frac{1}{Q} \frac{\partial^2 Q}{\partial \beta^2}$

(۴)  $\frac{k^2 T^4}{Q} \frac{\partial^2 \ln Q}{\partial T^2}$

۳۶- انرژی داخلی یک دستگاه شامل  $N$  ذره هر یک دارای ممان دوقطبی مغناطیسی  $\mu_B$  در میدان مغناطیسی خارجی

یکنواخت  $\vec{B}$ ، در دمای  $T$  به صورت  $U = -N \mu_B B \tanh\left(\frac{\mu_B B}{kT}\right)$  است. ظرفیت گرمایی این دستگاه در دماهای

بالا بر حسب  $\theta = \frac{2\mu_B B}{k}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{Nk}{4} \left(\frac{\theta}{T}\right)$

(۲)  $\frac{Nk}{2} \left(\frac{\theta}{T}\right)^2$

(۳)  $\frac{Nk}{4} \left(\frac{\theta}{T}\right)^2$

(۴)  $\frac{Nk}{2} \left(\frac{\theta}{T}\right)$

۳۷- جرم مولی لیتیوم  $6.9 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$  و چگالی آن  $0.53 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  است. دمای فرمی لیتیوم برحسب کلونین به کدام دما نزدیک‌تر است؟

$$k = 1.38 \times 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \text{ و } N_A = 6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}, m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}, h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J.s}$$

(۱) ۵۰

(۲) ۵۰۰

(۳) ۵۰۰۰

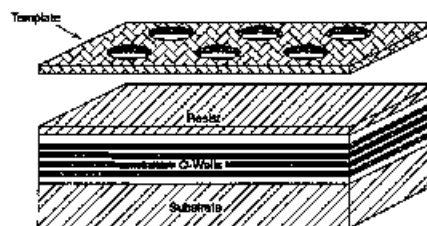
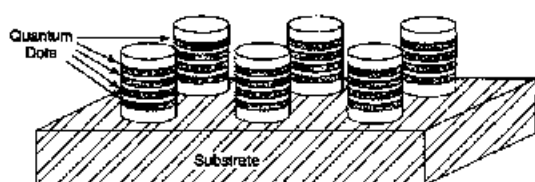
(۴) ۵۰۰۰۰

۳۸- کدام عبارت در مورد ویژگی‌های میکروسکوپ روبشی تونلی (STM) نادرست است؟

- (۱) این میکروسکوپ فقط در شرایط دماهای پایین و خلأهای بسیار بالا کار می‌کند.
- (۲) قدرت تفکیک این میکروسکوپ در حدود  $0.1 \text{ nm}$  است و برای تولید نانوساختارها نیز به کار می‌رود.
- (۳) معمولاً در حالت جریان ثابت استفاده می‌شود اما سرعت روبش در این مد نسبت به حالت ارتفاع ثابت کمتر است.
- (۴) با اندازه‌گیری جریان تونلی به صورت تابعی از ولتاژ اعمالی می‌توان مستقیماً تابع چگالی حالات الکترونی موضعی سطح را محاسبه کرد.

۳۹- کدام روش یا ابزار برای تعیین ترکیب شیمیایی مواد در یک نانوساختار مناسب نیست؟

- (۱) طیف‌نگاری الکترونی اوزنه (auger electron spectroscopy)
  - (۲) طیف‌نگاری همبستگی الکترون (photon correlation spectroscopy)
  - (۳) طیف‌نگاری جرمی یون‌های ثانویه (secondary ion mass spectroscopy)
  - (۴) میکروسکوپی الکترونی عبوری روبشی (scanning transmission electron microscopy)
- ۴۰- از یک چاه کوانتومی چندگانه (شکل سمت راست) با روش لیتوگرافی یک آرایه ۶ ستونه از نقاط کوانتومی هر کدام شامل ۴ نقطه کوانتومی (شکل سمت چپ) ساخته می‌شود. طیف فونولومینسانس آرایه ساخته شده نسبت به چاه کوانتومی اولیه چه تغییری می‌کند؟



(۱) تغییری نمی‌کند.

(۲) بسیار قوی‌تر است.

(۳) بسیار ضعیف‌تر است.

(۴) بسته به روش لیتوگرافی ممکن است کمی ضعیف‌تر یا قوی‌تر باشد.

۴۱- نانوذرات کدام ماده برای تشخیص سلول‌های سرطانی موجود در خون یک نومور در مراحل اولیه استفاده می‌شود؟

PbSe (۲)

Fe<sub>3</sub>O<sub>4</sub> (۱)

CuO (۴)

SiO<sub>2</sub> (۳)

۴۲- نانوذرات طلا در آزمایشگاه به چه رنگی دیده می‌شوند؟

(۱) نارنجی

(۲) زرد

(۳) قرمز

(۴) بسته به ابعاد نانوذرات به رنگ‌های مختلف دیده می‌شوند.

۴۳- کدام عبارت در مورد ماده خالص  $C_{60}$  در حالت جامد درست است؟

(۱) ساختاری آمورف دارد که عایق الکتریکی است.

(۲) کریستالی با ساختار bcc تشکیل می‌دهد که خاصیت فلزی دارد.

(۳) کریستالی یا ساختار fcc تشکیل می‌دهد که عایق الکتریکی است.

(۴) ساختاری آمورف دارد که در دمای کمتر از ده کلوین خاصیت ابررسانایی دارد.

۴۴- برای تولید انبوه نانولوله‌های کربنی به‌ویژه تک دیواره خالص در مقیاس صنعتی کدام روش عملاً مناسب‌تر و ارزان‌تر

است و امکان کنترل بیشتری روی مورفولوژی و ساختار نانولوله‌های تولیدی وجود دارد؟

(۱) رسوب‌گذاری (انباشت) بخار شیمیایی با استفاده از گاز منواکسیدکربن (CO CVD)

(۲) تخلیه قوس الکتریکی (arc discharge) همراه با استفاده از کاتالیزور فلزی

(۳) کندوسوز (سایش) لیزری (laser ablation)

(۴) روش خود-تجمعی (self-assembly) در محیط گاز هیدروکربنی فوق بحرانی

۴۵- کدام عبارت در مورد خاصیت مقاومت مغناطیسی (magnetoresistance) نانولوله‌های کربنی درست است؟

(۱) در تمام دماها، ضریب مقاومت الکتریکی نانولوله با تغییر میدان مغناطیسی تغییری نمی‌کند.

(۲) در دمای اتاق، ضریب مقاومت الکتریکی نانولوله با افزایش شدت میدان مغناطیسی، افزایش می‌یابد.

(۳) ضریب هدایت الکتریکی نانولوله در هر دمایی با افزایش میدان مغناطیسی کاهش می‌یابد.

(۴) در دماهای پایین ( $T \leq 1K$ )، ضریب هدایت الکتریکی نانولوله با افزایش شدت میدان مغناطیسی، افزایش می‌یابد.

