



314F

کد کنترل

314

F

## آزمون (نیمه‌متمرکز) ورود به دوره‌های دکتری - سال ۱۴۰۱

دفترچه شماره (۱)

صبح جمعه ۱۴۰۰/۱۲/۶



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
سازمان سنجش آموزش کشور

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»  
امام خمینی (ره)

رشته مهندسی هوا فضا - دینامیک پرواز و کنترل  
(کد ۲۳۳۴)

جدول مواد امتحانی، تعداد، شماره سؤال‌ها و زمان پاسخ‌گویی

زمان پاسخ‌گویی	تا شماره	از شماره	تعداد سؤال	مواد امتحانی
۱۵۰ دقیقه	۴۵	۱	۴۵	مجموعه دروس تخصصی: - ریاضیات مهندسی - دینامیک پرواز پیشرفته ۱ - تئوری کنترل بهینه

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

حن جاییه تکثیر و انتشار سؤال‌ها به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و یا منتظران برابر مقررات رفتار می‌شود.

\* متقاضی گرامی، وارد نکردن مشخصات و امضا در کادر زیر، به منزله غیبت و حضور نداشتن در جلسه آزمون است.

اینجانب ..... با شماره داوطلبی ..... با شماره داوطلبی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤال‌ها، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سؤال‌ها و پایین پاسخنامه‌ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

۱- سری فوریه تابع  $f(x) = x + x^2$  در بازه  $-\pi < x < \pi$  به صورت زیر است:

$$\frac{\pi^2}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2(-1)^n \cos(nx)}{n^2} + \frac{2(-1)^{n+1} \sin(nx)}{n} \right)$$

مقدار سری  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+n^2}{n^2}$  کدام است؟

$$\frac{\pi^2}{90} (2\pi^2 - 15) \quad (2)$$

$$\frac{\pi^2}{90} (4\pi^2 - 15) \quad (1)$$

$$\frac{\pi^2}{90} (4\pi^2 + 15) \quad (4)$$

$$\frac{\pi^2}{90} (2\pi^2 + 15) \quad (3)$$

۲- مقدار  $\int_0^{\infty} \frac{\omega}{1-\omega^2} \sin(\pi\omega) \cos\left(\frac{\omega\pi}{6}\right) d\omega$  کدام است؟

$$\frac{3\sqrt{3}}{4} \pi \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \pi \quad (1)$$

$$\sqrt{3} \pi \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \pi \quad (3)$$

۳- تبدیل فوریه تابع جواب معادله گرمای نامتناهی زیر کدام است؟

$$\begin{cases} 4u_t = u_{xx} + \lambda tu & x \in \mathbb{R}, t \geq 0 \\ u(x, 0) = e^{-x^2} \\ u(x, t) \text{ کراندار} \end{cases}$$

$$\tilde{u}(\omega, t) = \sqrt{\pi} e^{t^2 - \frac{\omega^2}{4}(t+1)} \quad (1)$$

$$\tilde{u}(\omega, t) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{t^2 - \frac{\omega^2}{4}(t+1)} \quad (2)$$

$$\tilde{u}(\omega, t) = e^{t^2 - \omega^2(t+\frac{1}{4})} \quad (3)$$

$$\tilde{u}(\omega, t) = e^{-t^2 + \omega^2(t-\frac{1}{4})} \quad (4)$$

-۴ جواب معادله زیر کدام است؟

$$\begin{cases} \psi u_{xx} = u_{tt}, & 0 < x < \pi, t \geq 0 \\ u_x(0, t) = u_x(\pi, t) = 0 \\ u(x, 0) = 0 \\ u_t(x, 0) = \psi \sin^2 x \end{cases}$$

$$u(x, t) = t - \frac{1}{\psi} \sin(\psi t) \cos(x) \quad (1)$$

$$u(x, t) = t - \frac{1}{\psi} \sin(\psi t) \cos(\psi x) \quad (2)$$

$$u(x, t) = -\frac{1}{\psi} \sin(\psi t) \cos(x) \quad (3)$$

$$u(x, t) = -\frac{1}{\psi} \sin(\psi t) \cos(x) \quad (4)$$

-۵ اگر معادله دیفرانسیل  $u_{tt} - u_{xx} = \delta(t-x)$ ، دارای شرایط اولیه  $u_t(x, 0) = 0$  و  $u(x, 0) = 0$  باشد، آنگاه تبدیل لاپلاس جواب معادله،  $f(t)[u(x, t)] = U(x, s)$ ، به کدام صورت خواهد بود؟

$$U(x, s) = C_1 \cos(sx) + C_2 \sin(sx) + \frac{x}{\psi s} e^{-sx} \quad (1)$$

$$U(x, s) = C_1 e^{-sx} + C_2 e^{sx} + \frac{x}{\psi s} e^{-xs} \quad (2)$$

$$U(x, s) = C_1 \cos(sx) + C_2 \sin(sx) + \frac{1}{\psi s} e^{-sx} \quad (3)$$

$$U(x, s) = C_1 e^{-sx} + C_2 e^{sx} + \frac{1}{\psi s} e^{-sx} \quad (4)$$

-۶ اگر  $v(x, y)$  مزدوج همساز تابع  $u(x, y) = e^x(x \cos y - y \sin y)$  باشد و  $f = u + iv$ ، آنگاه  $f'(i\frac{\pi}{\psi})$  کدام است؟

$$\frac{\pi}{\psi} + i \quad (2) \qquad -\frac{\pi}{\psi} + i \quad (1)$$

$$-\frac{\pi}{\psi} - i \quad (4) \qquad \frac{\pi}{\psi} - i \quad (3)$$

-۷ تصویر ربع اول صفحه مختصات ( $y > 0, x > 0$ ) تحت نگاشت  $f(z) = \frac{z+i}{z-i}$ ، کدام است؟

$$\left\{ z \in \mathcal{L} \mid |z| > \frac{1}{\psi}, \operatorname{Im}(z) > 0 \right\} \quad (1)$$

$$\left\{ z \in \mathcal{L} \mid |z| < 1, \operatorname{Re}(z) > 0 \right\} \quad (2)$$

$$\left\{ z \in \mathcal{L} \mid |z| > 1, \operatorname{Im}(z) > 0 \right\} \quad (3)$$

$$\left\{ z \in \mathcal{L} \mid |z| < 2, \operatorname{Re}(z) > 0 \right\} \quad (4)$$

۸- اگر سری نوران تابع  $f(z) = \sin \frac{z}{1-z}$  حول تکین  $z=1$  به صورت  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{(z-1)^n} + \sum_{n=0}^{\infty} a_n (z-1)^n$  باشد، آنگاه

کدام است؟  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n + \sum_{n=1}^{\infty} b_n$

$$-\sin 1 - \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left( \frac{\sin 1}{(\gamma n)!} + \frac{\cos 1}{(\gamma n + 1)!} \right) \quad (1)$$

$$-\cos 1 - \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left( \frac{\cos 1}{(\gamma n)!} + \frac{\sin 1}{(\gamma n + 1)!} \right) \quad (2)$$

$$-\sin 1 - \cos 1 - \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left( \frac{\cos 1}{(\gamma n)!} + \frac{\sin 1}{(\gamma n + 1)!} \right) \quad (3)$$

$$-\sin 1 - \cos 1 - \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left( \frac{\sin 1}{(\gamma n)!} + \frac{\cos 1}{(\gamma n + 1)!} \right) \quad (4)$$

۹- تابع  $f(z) = z^8 - 4z^5 + z^2 - 1$  چند ریشه درون دایره واحد به مرکز مبدأ دارد؟

- (۱) ۴      (۲) ۵      (۳) ۶      (۴) ۸

۱۰- حاصل  $\oint_{|z|=1} \frac{e^{iz} - 1}{z \sin z} dz$  ، کدام است؟

- (۱)  $-2\pi$       (۲)  $\pi$       (۳)  $2\pi$       (۴) صفر

۱۱- برای یک سیستم کنترلی حلقه بسته کدام یک از جملات زیر صحیح است؟

- (۱) فیدبک خروجی و افزایش مرتبه سیستم مؤثرتر از فیدبک حالت است.
- (۲) با افزایش مقدار بهره، قطب‌های سیستم حلقه بسته، به سمت بی‌نهایت می‌روند.
- (۳) با افزایش تأخیر زمان عملکرد سنسور، فاصله قطب‌های حلقه بسته و حلقه باز به سمت بی‌نهایت می‌رود.
- (۴) با افزایش مقدار بهره، قطب‌های سیستم حلقه بسته، از قطب‌های سیستم حلقه باز به سمت صفرهای آن می‌روند.

۱۲- کدام یک از جملات زیر در مورد یک هواپیمای الاستیک صحیح است؟

- (۱) توزیع جرم اثری در مشتقات پایداری یک هواپیمای الاستیک ندارد.
- (۲) بارهای اینرسی اثری در تغییر شکل سازه‌ای و بارگذاری ایرودینامیکی ندارند.
- (۳) مشتقات پایداری یک هواپیمای الاستیک وابسته به فشار دینامیکی حالت دائم هستند.
- (۴) مشتقات پایداری یک هواپیمای الاستیک تنها وابسته به سرعت بوده و وابسته به ارتفاع نیستند.

۱۳- در مورد یک هواپیما با سازه انعطاف‌پذیر، رفتار پیچشی بال دارای چه ویژگی می‌باشد؟

- (۱) نیروها و گشتاورهای وارده باعث میرایی نوسانات پیچشی بال می‌شوند.
- (۲) نیروها و گشتاورهای وارده باعث تغییر سختی مؤثر پیچشی بال می‌شوند.
- (۳) نیروها و گشتاورهای وارده باعث تشدید نوسانات پیچشی بال می‌شوند.
- (۴) نیروها و گشتاورهای وارده باعث افزایش ممان اینرسی پیچشی بال می‌شوند.

- ۱۴- در ماتریس مودال سازه انعطاف‌پذیر، دلیل صفر بودن المان‌های غیرقطری ..... مودها است.
- (۱) تعامد (۲) شباهت (۳) ناپایداری (۴) برابری
- ۱۵- حرکت فرچرخ (SPIN) در هواپیماها چگونه رخ می‌دهد؟
- (۱) در شرایط واماندگی نامتقارن  
 (۲) توسط نگهداری شهپرها و سکان عمودی همزمان در یک جابه‌جایی ثابت  
 (۳) به هنگام از دست دادن سکان عمودی که نقش مهمی در کنترل سمتی دارد.  
 (۴) این حرکت برای هواپیماهایی که ناپایدار طراحی می‌گردند، در مانور گردش رخ می‌دهد.
- ۱۶- کدام‌یک از روش‌های انتشار رفتار سینماتیکی دورانی هواپیما دارای تکینگی است؟
- (۱) روش کسینوس‌های هادی و مضرب‌های زوج از  $\frac{\pi}{4}$  در زاویه فراز  
 (۲) روش کواترنیون و بردار دوران  
 (۳) روش کسینوس‌های هادی  
 (۴) روش اویلر و بردار دوران
- ۱۷- علامت مطلوب مشتقات پایداری براساس، .....  
 (۱) نقش آنها در طراحی هواپیما تعیین می‌گردد.  
 (۲) معیار و مفهوم پایداری استاتیکی مشخص می‌گردد.  
 (۳) معیارهای خوش‌دستی و کیفیت پرواز قابل تشخیص است.  
 (۴) سهم آنها در ایجاد قابلیت تعادل در پروازهای دائم قابل تشخیص است.
- ۱۸- در چه شرایطی شتاب عمودی ناشی از اغتشاشات وارد شده بر هواپیما که توسط سنسورها در مرکز ثقل حس می‌گردد، با شتابی که خلبان در کابین احساس می‌کند، یکی خواهد بود؟
- (۱) در همه شرایط  
 (۲) هنگام پروازهای دائم  
 (۳) در هواپیماهای صلب و زمانی که سرعت زاویه‌ای هواپیما صفر باشد.  
 (۴) در شرایطی که هواپیما تریم شده باشد و باد جانبی نیز وجود نداشته باشد.
- ۱۹- معادلات اختلافی هواپیما (PERTURBED EQUATIONS) در زمره کدام دسته از طبقه‌بندی معادلات زیر قرار دارند؟
- (۱) دیفرانسیل خطی  
 (۲) معادلات از نوع جبری، لاکن غیرخطی  
 (۳) با فرض اختلافات کوچک معادلات جبری و غیردرگیر  
 (۴) با استفاده از مفهوم مشتقات ابعادی معادلات دیفرانسیل غیرخطی
- ۲۰- با افزایش ارتفاع پروازی استهلاک و فرکانس طبیعی مود فوگوبد (پریود بلند) به ترتیب ..... می‌یابد.
- (۱) کاهش و افزایش (۲) افزایش و کاهش (۳) کاهش و کاهش (۴) افزایش و افزایش

۲۱- در مورد ماتریس تبدیل مختصات زیر کدام مورد صحیح است؟

$$\begin{bmatrix} 1 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$$

(۱) دوران منفی  $60^\circ$  درجه

(۲) دوران  $60^\circ$  درجه

(۳) دوران  $30^\circ$  درجه

(۴) دوران منفی  $30^\circ$  درجه

۲۲- برای انتقال نرخ زوایای اویلر به محورهای بدنه هواپیما نیاز به دانستن زوایای:

(۱)  $\Phi$  و  $\Psi$  می‌باشد. (۲) اویلر نیست. (۳)  $\Phi$  و  $\theta$  می‌باشد. (۴)  $\theta$  و  $\Psi$  می‌باشد.

۲۳- تأثیر پدیده ریز تندباد (Micro Burt) بر روی رفتار هواپیمای در حال فرود چگونه است؟

(۱) باعث کاهش زاویه حمله می‌گردد.

(۲) باعث افزایش زاویه حمله می‌گردد.

(۳) ابتدا باعث کاهش زاویه حمله و سپس باعث افزایش زاویه حمله می‌گردد.

(۴) ابتدا باعث افزایش زاویه حمله و سپس باعث کاهش زاویه حمله می‌گردد.

۲۴- در مورد پایداری سیستم دینامیکی زیر کدام مورد صحیح است؟

$$\ddot{X}(t) + 11\dot{X}(t) + 30X(t) = f(t)$$

(۱) از دیدگاه لیاپانوف این سیستم پایدار مجانبی نیست.

(۲) از دیدگاه لیاپانوف این سیستم پایدار مجانبی است.

(۳) با تعیین تابع  $f(t)$  می‌توان درخصوص پایداری آن اظهارنظر کرد.

(۴) در صورتی که  $f(t) \leq \left(\frac{30}{11}\right)t$  باشد سیستم ناپایدار خواهد بود.

۲۵- کدام یک از موارد زیر باعث افزایش مرتبه سیستم کنترل پرواز نمی‌گردد؟

(۱) دینامیک عملگر

(۲) دینامیک سنسور

(۳) فیدبک تناسبی - مشقی

(۴) فیدبک تناسبی - انتگرالی

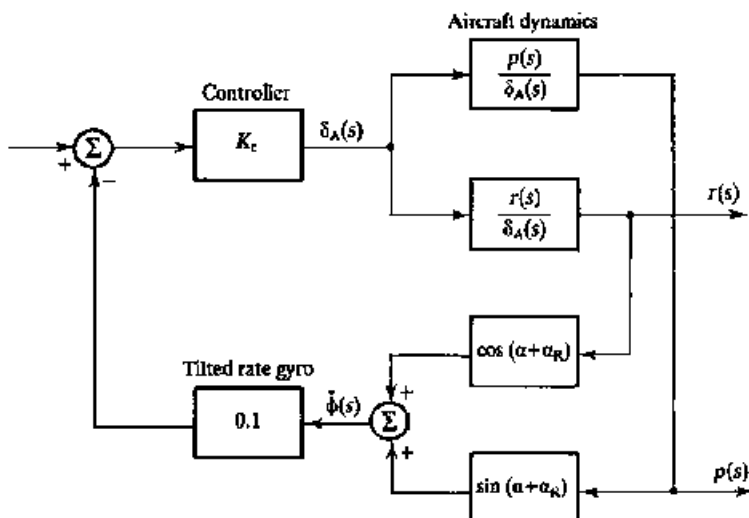
۲۶- بلوک دیاگرام شکل زیر چه سیستم کنترلی را در هواپیما نشان می‌دهد؟

(۱) Yaw Damper

(۲) Wing Leveler

(۳) Spiral Mode Stabilizer

(۴) Roll Control System



۲۷- کدام مورد در معرفی تندباد لبه‌تیز (Sharp Edged Gust) صحیح نیست؟

L : طول موج تندباد

$U_0$  : سرعت پرواز

$\delta$  : سرعت تندباد

K : ضریب مقیاس شدت تندباد

(۱) مدل ریاضی این تندباد به صورت  $u_g(t) = \frac{K}{T} (1 - \cos(\frac{\sqrt{2}\pi}{T}t))$  ;  $T = \frac{L}{U_0}$  است.

(۲) مدل ریاضی این تندباد به صورت  $u_g(s) = \delta \sqrt{\frac{L}{U_0} \frac{(1 + \sqrt{3 \frac{L}{U_0 s}})}{(1 + \frac{L}{U_0 s})^2}}$  است.

(۳) این تندباد در تلفیق با مود پریود کوتاه هواپیماهای بال ثابت می‌تواند بیشترین فاکتور بار القایی را تولید کند.

(۴) طول موج این تندباد می‌تواند چندین برابر وتر متوسط ایرودینامیکی بال هواپیما باشد.

۲۸- کدام یک از عبارات زیر در تحلیل رفتار دینامیکی یک هواپیمای الاستیک صحیح است؟

(۱) اختلالات جوی هیچ‌گونه تأثیری در رفتار دینامیکی یک هواپیمای الاستیک نداشته و تنها باعث تغییر موقعیت مکانی مرکز جرم می‌شوند.

(۲) در سرعت فلاتر میرایی مود خمشی متناسب با فرکانس مود پیچشی بال شده و سطح تغییرات انرژی صفر می‌شود.

(۳) فرکانس طبیعی مود پیچشی یک بال ساده مستطیلی علاوه بر سرعت پرواز تابع سطح بال و ضریب برآی ایرفویل آن است.

(۴) به‌منظور بررسی رفتار دینامیکی هواپیما می‌توان انعطاف‌پذیری سازه‌ای را با کمک مدل‌های ریاضی تخمین زده و در داخل معادلات حرکت جای داد.

۲۹- کدام یک از موارد زیر باعث افزایش خوشدستی و کیفیت پروازی مود طولی یک هواپیما است؟

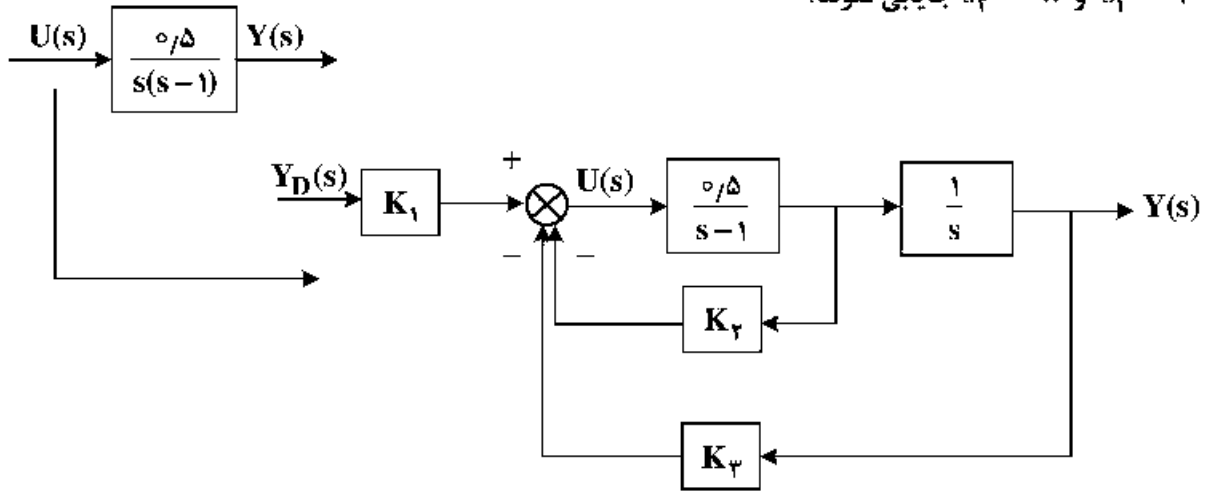
(۱) افزایش حداکثری پارامتر  $CAP = \frac{\omega_{sp}^2}{n_z}$

(۲) کاهش حداکثری پارامتر  $CAP = \frac{\omega_{sp}^2}{n_z}$

(۳) افزایش اختلاف میان فرکانس طبیعی مودهای پریود کوتاه و فوگوید  $(\omega_{sp}, \omega_{ph})$

(۴) کاهش اختلاف میان فرکانس طبیعی مودهای پریود کوتاه و فوگوید  $(\omega_{sp}, \omega_{ph})$

۳۰- پارامترهای سیستم کنترل حلقه بسته دینامیک ناپایدار زیر چه مقادیری باشند تا قطب‌های مطلوب پاسخ در  $s_1 = -4$  و  $s_2 = -8$  جایابی شوند؟

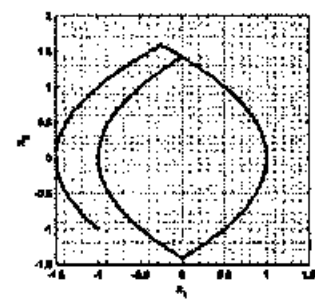
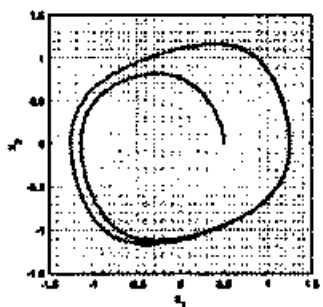
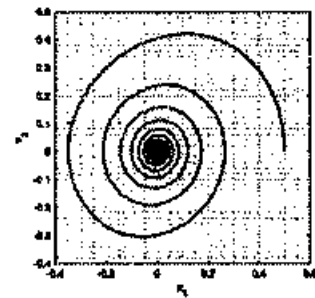
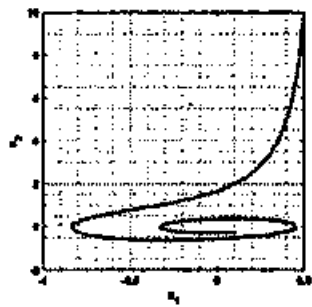


- $K_1 = -26 ; K_F = 2 ; K_D = 64$  (۲)       $K_1 = -64 ; K_F = 26 ; K_D = 2$  (۱)  
 $K_1 = 2 ; K_F = 26 ; K_D = 64$  (۴)       $K_1 = 26 ; K_F = 2 ; K_D = 64$  (۳)

۳۱- قانون کنترل بهینه برای سیستم زیر برای بهینه کردن تابع هزینه  $J = \int_0^{\infty} (x^2 + u^2) dt$  کدام است؟  $(\dot{x} = u)$

- $u = -2x$  (۲)       $u = -x$  (۱)  
 $u = 2x$  (۴)       $u = x$  (۳)

۳۲- کدام یک از مسیرهای نشان داده شده در فضای حالت، نشان‌دهنده کنترل زمان بهینه (Time optimal) است؟ (در صورتی که بدانیم سیستم دارای شرایط تکینگی است.)





۳۳- برای سیستم و تابع هزینه داده شده، مطلوبست تعیین کنترل بهینه که شرایط مرزی داده شده سیستم را ارضا کند.

$$\dot{\bar{x}} = u, J = \int_{t_0}^{t_f} u^T(t) dt ; x(0) = 1 ; \dot{x}(0) = 2 ; \bar{x}_f \text{ lies } x_1(t) + x_2(t) = 10$$

Hint :

$$\frac{\partial h}{\partial \bar{x}} - \bar{p} = \sum d_i \frac{\partial m_i}{\partial \bar{x}}$$

$$u^*(t) = \frac{-15}{8}t + \frac{30}{8} \quad (1)$$

$$u^*(t) = \frac{-15}{8}t - \frac{30}{8} \quad (2)$$

$$u^*(t) = \frac{-9}{26}t - \frac{27}{26} \quad (3)$$

$$u^*(t) = \frac{-9}{26}t + \frac{27}{26} \quad (4)$$

۳۴- مطلوب است تعیین الگوی کنترل بهینه برای سیستم پیوسته زیر جهت ایجاد رفتار پایدار با استفاده از روش

برنامه‌ریزی دینامیکی با رویکرد پیوسته و فرض:  $J^*(x(t), t) = J^*(x(t))$

$$\dot{x}(t) = -f(x) + u(t)$$

$$J = \int_0^1 (x^T(t) + u^T(t)) dt$$

It is assumed that  $f(x)$  can be any known function of  $x$  and that  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} \neq 0$

Hint : Use Hamilton Belman Jacobi formulation

$$H = g + J^*_x a$$

$$J^*_t + H_{\min} = 0$$

$$u^* = f(x) - x \sqrt{\left(\frac{f^T(x)}{x^T}\right) + 1} \quad (1)$$

$$u^* = f(x) \quad (1)$$

$$u^* = \sqrt{\left(\frac{f^T(x)}{x^T}\right)} \quad (2)$$

$$u^* = -x \sqrt{\left(\frac{f^T(x)}{x^T}\right) + 1} \quad (3)$$

۳۵- در مسئله  $\dot{x} = x + u$ ،  $H$  همیلتونین است و  $J = \frac{1}{\gamma} x^T(T) + \int_0^T \frac{1}{\gamma} u^T(t) dt$  مقدار  $\frac{\partial^2 H}{\partial u^2}$  برابر است با:

(۴) هیچ کدام

(۳) ۱

(۲)  $\frac{1}{2}$

(۱)  $\frac{1}{4}$

۳۶- در مسئله یافتن  $W$  منحنی اکستریمال، برای فانکشنال  $J(w) = \int_{t_0}^{t_f} g(w, \dot{w}, t) dt$ ، باقی‌مانده زیر پریمتریک

$$\int_{t_0}^{t_f} e_i(w, \dot{w}, t) = c_i \quad ; \quad i = 1, \dots, r$$

کدام مورد درست است؟

(۱) ضرایب لاگرانژ  $p(t)$  ثابت هستند. (۲) ضرایب لاگرانژ  $p(t)$  صفر هستند.

(۳) ضرایب لاگرانژ  $p(t)$  مستقل هستند. (۴) هیچ کدام

۳۷- منحنی اکستریمال برای فانکشنال  $J(x) = \int_{t_0}^{t_f} [1 + \dot{x}^2]^{\frac{1}{2}} dt, x(0) = 0$ ، زیر کدام است؟  $(t_f, x(t_f))$  آزاد هستند و

$(\theta(t) = -\delta t + 15)$  باید روی خط زیر واقع باشد.

(۱)  $x^*(t) = \frac{2}{\delta} t$  (۲)  $x^*(t) = \frac{1}{\delta} t$

(۳)  $x^*(t) = \frac{2}{\delta} t + 1$  (۴) هیچ کدام

۳۸- در سیستم گسسته زیر عبارت  $\frac{\partial^2 J_{N-1, N}}{\partial u^2(N-1)}$  چه کمیتی است؟

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)$$

$$J = \frac{1}{2} x^T(N) H x(N) + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} [x^T(k) Q x(k) + u^T(k) R u(k)]$$

(۱) ماتریس (۲) بردار (۳) اسکالر (۴) صفر

۳۹- مسئله زبر را در نظر بگیرید: می‌خواهیم  $J$  را مینیمم کنیم. متغیرهای حالت و کنترل مقید نیستند. طبق

فرمولایسون معادله همیلتون - ژاکوبی - بلمن  $(H - J - B)$ ،  $J^*(x(T), T)$  برابر با کدام است؟

$$\dot{x} = x + u$$

$$J = \frac{1}{2} x^T(T) + \int_0^T \frac{1}{2} u^T(t) dt$$

(۱) صفر (۲)  $\frac{1}{2} x^T(T)$  (۳)  $\frac{1}{2} u^T(T)$  (۴) هیچ کدام

۴۰- اگر هزینه برای یک سیستم گسسته به صورت زیر باشد، هزینه مرحله آخر  $J_{N-1, N}$ ، کدام است؟

$$J = h(x(N)) + \sum_{k=0}^{N-1} g_D(x(k), u(k))$$

(۱)  $h(x(N))$  (۲)  $g_D(x(N-1), u(N-1)) + h(x(N))$

(۳)  $g_D(x(N-1), u(N-1))$  (۴) قابل محاسبه نیست زیرا باید شرایط انتهایی معلوم باشد.

۴۱- کدام عبارت برای  $\varphi(t)$  یا همان transition matrix درست است؟ (T به معنای ترانزیتور و -1 به معنای وارون است).

$$\frac{d}{dt}\varphi(t) = A \varphi(t) \quad \varphi(0) = I \quad (1)$$

$$\varphi^T(t_f - t_0) = \varphi^T(t_1 - t_0)\varphi^T(t_f - t_1) \quad (2) \quad \varphi^{-1}(t_f - t_1) = \varphi^T(t_1 - t_f) \quad (3)$$

۴۲- اگر بخواهیم یک ماهواره سنجشی در مدار LEO را با استفاده از استراتژی کنترل بهینه، کنترل کنیم، کدام تابع هدف مناسب‌تر است؟ ( $\bar{x}$  بردار متغیرهای حالت است و  $\Delta\bar{x}$  میزان انحراف آنها از مقدار نامی است)

$$J = \frac{1}{2} \Delta\bar{x}_f^T H \Delta\bar{x}_f \quad (1)$$

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} (1 + \bar{u}^T(t) R \bar{u}(t)) dt \quad (2)$$

$$J = \frac{1}{2} [\bar{u}^T(t) R \bar{u}(t) + \Delta\bar{x}^T(t) Q \Delta\bar{x}(t)] \quad (3)$$

$$J = \frac{1}{2} \Delta\bar{x}_f^T H \Delta\bar{x}_f + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} [u^T(t) R u(t) + \Delta\bar{x}^T(t) Q \Delta\bar{x}(t)] dt \quad (4)$$

۴۳- برای سیستم دینامیکی  $|u| \leq 1$  حداکثر تعداد سوئیچینگ کنترل، جهت حداقل نمودن زمان کدام است؟

(1) دو بار (2) سه بار (3) یک بار (4) ندارد

۴۴- معادله دیفرانسیل حاکم بر  $x_1(t)$  برای آن که تابعی  $J = \int_{t_0}^{t_f} (\dot{x}_1^2 + \dot{x}_2^2 + 2x_1x_2) dt$  کمینه شود، کدام است؟

$$\frac{d^2 x_1}{dt^2} - x_1 = 0 \quad (2) \quad \frac{d^2 x_1}{dt^2} + x_1 = 0 \quad (1)$$

$$\frac{d^2 x_1}{dt^2} - 2x_1 = 0 \quad (4) \quad \frac{d^2 x_1}{dt^2} + 2x_1 = 0 \quad (3)$$

۴۵- مرتبه (R) مشاهده‌پذیری سیستم  $\dot{x} = Ax + Bu, y = Cx$  کدام است؟

$$(A = \begin{bmatrix} -5 & 4 \\ -6 & 5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}, C = [3 \quad -2])$$

(1) 0 (2) 1 (3) 2 (4) 3

