کد کنترل

347

F

347F

آزمون (نیمه‌متمرکز) ورود به دوره‌های دکتری ـ سال ۱۴۰۱

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری
سازمان سنجش آموزش کشور

دفترچهٔ شمارهٔ (۱)
صبح جمعه ۱۴۰۰/۱۲/۶

رشتهٔ مهندسی مکاترونیک
(کد ۲۳۷۳)

جدول مواد امتحانی، تعداد، شمارهٔ سؤال‌ها و زمان پاسخ‌گویی

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شمارهٔ	تا شمارهٔ	زمان پاسخ‌گویی
مجموعه دروس تخصصی: ـ ریاضیات (معادلات دیفرانسیل، ریاضیات مهندسی) ـ سیستم‌های کنترل خطی	۳۰	۱	۳۰	۱۵۰ دقیقه
* مدارهای الکتریکی (۱ و ۲)	۱۵	۳۱	۴۵	
* دینامیک	۱۵	۴۶	۶۰	

*** از بین دروس تخصصی که با علامت (*) مشخص شده است یکی را انتخاب و به آن پاسخ دهید.**

این آزمون نمرهٔ منفی دارد.

استفاده از ماشین‌حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤال‌ها به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفان برابر مقررات رفتار می‌شود.

* متقاضی گرامی، وارد نکردن مشخصات و امضا در کادر زیر، به منزلهٔ غیبت و حضور نداشتن در جلسهٔ آزمون است.

اینجانب ..... با شمارهٔ داوطلبی ..... با آگاهی کامل، یکسان‌بودن شمارهٔ صندلی خود را با شمارهٔ داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخ‌نامه و دفترچهٔ سؤال‌ها، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچهٔ سؤال‌ها و پایین پاسخ‌نامه‌ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

۱- یکی از جواب‌های عمومی معادلهٔ $e^{-۲y}y'' + ۳y' = ۰$، کدام است؟

۱) $\ln(۱ + c_۱ c^{-۲y}) = x + c_۲$

۲) $\ln(۱ + c_۱ e^{-۲y}) = -x + c_۲$

۳) $\frac{۱}{۳c_۱}\ln(۱ + c_۱ e^{-۲y}) = x + c_۲$

۴) $\frac{۱}{۳c_۱}\ln(۱ - c_۱ e^{-۲y}) = x + c_۲$

۲- جواب عمومی معادلهٔ دیفرانسیل $y' = \frac{۲xy}{x^۲ - y^۲ - ۴}$، کدام است؟

۱) $x^۲ - y^۲ = cy + ۴$

۲) $x^۲ + y^۲ = cy + ۴$

۳) $x^۲ + y^۲ = cy - ۴$

۴) $x^۲ - y^۲ = cy - ۴$

۳- جواب معادلهٔ انتگرالی $۲\int_۰^t y(x)y(t-x)dx = \sin t - t\cos t$، کدام است؟

۱) $y = t\sin t$

۲) $y = t\cos t$

۳) $y = \cos t$

۴) $y = \sin t$

۴- به روش بسط سری‌توانی حول نقطهٔ $x = ۱$ جواب معادلهٔ دیفرانسیل $y'' + ۲y' + (\pi^۲ + ۱)y = ۰$، را با شرایط اولیهٔ $y(۱) = -\frac{۱}{e}$ و $y'(۱) = \frac{۱}{e}$ به‌صورت $y = \sum_{n=۰}^{\infty} a_n (x-۱)^n$، تعیین می‌کنیم. مقدار $\sum_{n=۰}^{\infty} a_n$، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{e^۲}$

۲) $e^۲$

۳) $-\frac{۱}{e^۲}$

۴) $-e^۲$

۵- با توجه به دستگاه معادلات دیفرانسیل $\begin{cases}\frac{dx}{dt}=x+2y-1\\ \frac{dy}{dt}=3x+2y-2\\ x(0)=y(0)=0\end{cases}$، مقدار $x(2)$، کدام است؟

۱) $\frac{3}{2}-\frac{1}{10}e^{8}+\frac{7}{5e^{2}}$

۲) $3-\frac{1}{10}e^{8}+\frac{7}{5e^{2}}$

۳) $\frac{1}{2}-\frac{3}{10}e^{8}-\frac{1}{5e^{2}}$

۴) $\frac{1}{2}-\frac{3}{10}e^{8}+\frac{1}{5e^{2}}$

۶- اگر $f(z)=\frac{1}{(z-1)(z-2)}$، آنگاه بسط لوران f در حوزه $|z|>2$ حول مبدأ مختصات کدام است؟

۱) $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{3^{n}-1}{z^{n+1}}$

۲) $\sum_{n=0}^{\infty}(1-\frac{1}{3^{n+1}})\frac{1}{z^{n}}$

۳) $\sum_{n=0}^{\infty}(1+\frac{1}{3^{n+1}})\frac{1}{z^{n+1}}$

۴) $-\left(\sum_{n=0}^{\infty}\frac{z^{n}}{3^{n+1}}+\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{z^{n}}\right)$

۷- کدام تبدیل $w=u+iv$، دایره‌ای به معادله $x^{2}+y^{2}+6\frac{1+r^{2}}{1-r^{2}}x+9=0$، را روی دایره‌ای به معادله $u^{2}+v^{2}=r^{2}$، می‌نگارد؟

۱) $w=\frac{z-3}{z+3}$

۲) $w=\frac{z+3}{z-3}$

۳) $w=2\frac{z-3}{z+3}$

۴) $w=2\frac{z+3}{z-2}$

۸- اگر $u(x,t)$ جواب معادلهٔ $\begin{cases} u_t = u_{xx} & 0 \le x \le \pi, t \ge 0 \\ u(0,t) = u(\pi,t) = 0 & \\ u(x,0) = \sin x + \sin 3x & 0 < x < \pi \end{cases}$ باشد، مقدار $u(\frac{\pi}{2},1)$، کدام است؟

۱) $\frac{e^4+1}{e^3}$

۲) $\frac{e^2-1}{e^3}$

۳) $\frac{e^{10}+1}{e^9}$

۴) $\frac{e^8-1}{e^9}$

۹- با استفاده از قضیه مانده‌ها حاصل انتگرال $\oint_{z=1} z^m e^{\frac{1}{z}}\,dz$، کدام است؟

۱) $\frac{\pi i}{(m+1)!}$

۲) $\frac{2\pi i}{m!}$

۳) $\frac{2\pi i}{(m+1)!}$

۴) $\frac{\pi i}{m!}$

۱۰- حاصل انتگرال کوشی $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x\sin x}{x^2+2x+2}dx$، کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{2e}(\sin 1 - \cos 1)$

۲) $\frac{\pi}{2e}(\cos 1 + \sin 1)$

۳) $\frac{\pi}{e}(\sin 1 - \cos 1)$

۴) $\frac{\pi}{e}(\sin 1 + \cos 1)$

۱۱- حاصل عبارت $\oint_{|z|=2} \frac{dz}{1+z+z^2+z^3}$، کدام است؟

۱) $-\pi i$

۲) $-\frac{\pi}{2}i$

۳) صفر

۴) πi

۱۲- اگر $\int_{0}^{\infty}\frac{\omega\sin\omega x}{\omega^{2}+k^{2}}d\omega=\frac{\pi}{2}e^{-kx}$ باشد، حاصل عبارت $\int_{0}^{\infty}\frac{\omega\sin\omega x}{\omega^{4}+64}d\omega$، کدام است؟

(راهنمایی: $\sin\alpha x=\frac{1}{2i}(e^{i\alpha x}-e^{-i\alpha x})$)

۱) $\frac{\pi}{16}e^{-2x}\sin 2x$

۲) $\frac{\pi}{16}e^{-2x}\cos 2x$

۳) $\frac{\pi}{4}e^{-x}\sin x$

۴) $\frac{\pi}{4}e^{-x}\cos x$

۱۳- فرض کنید ln شاخه اصلی لگاریتم است. در این صورت حاصل انتگرال $\oint_{|z+i|=\frac{1}{2}}\frac{\ln(z)}{(z+i)^{3}}dz$، کدام است؟

۱) $-\pi$

۲) πi

۳) -2π

۴) $2\pi i$

۱۴- اگر ناحیه $|z|=2$ را تحت رابطه $w=z+\frac{2}{z}$، نگاشت کنیم، مساحت ناحیه نگاشت شده چقدر است؟

۱) 2π

۲) 3π

۳) 4π

۴) 6π

۱۵- جواب معادله دیفرانسیل مشتقات نسبی $\begin{cases}U_{tt}=U_{xx}\\U(0,t)=U(\pi,t)=U(x,0)=0\\U_{t}(x,0)=k\,\text{siu}\,3x-\frac{k}{2}\sin 6x\end{cases}$، کدام است؟

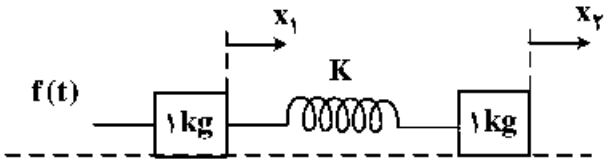
۱) $U(x,t)=\frac{k}{3}\sin 3t\sin 3x-\frac{k}{12}\sin 6t\sin 6x$

۲) $U(x,t)=\frac{k}{4}\sin 4t\sin 3x-\frac{k}{12}\sin 6t\sin 6x$

۳) $U(x,t)=\frac{k}{3}\sin 3t\sin 3x-\frac{k}{4}\sin 2t\sin 6x$

۴) $U(x,t)=\frac{k}{9}\sin 9t\sin 3x-\frac{k}{12}\sin 6t\sin 6x$

۱۶- تابع تبدیل $\frac{X_1(s)}{F(s)}$ در سیستم شکل زیر کدام گزینه است؟ (در این سیستم $K = 1\frac{N}{m}$ و اصطکاک ناچیز است.)



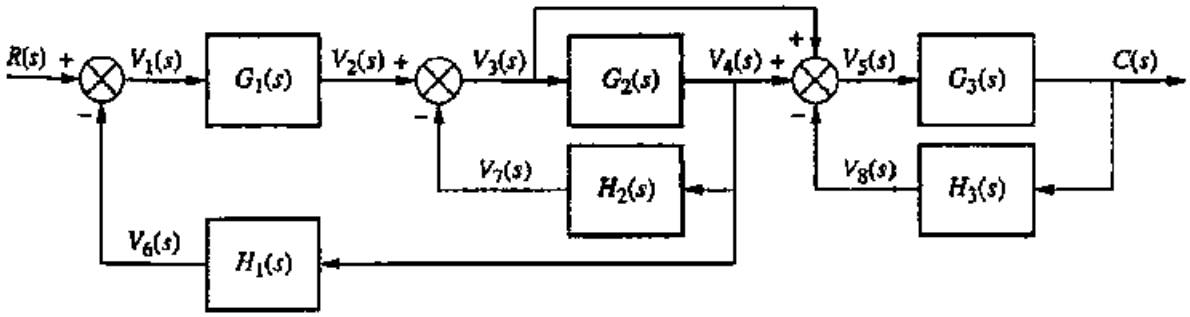
۱) $\frac{1}{s^2(s^2+2)}$

۲) $\frac{s^2+1}{s^2(s^2+2)}$

۳) $\frac{s^2+1}{s^2(s^2+1)}$

۴) $\frac{1}{s(s^2+2)}$

۱۷- تابع انتقال $\frac{C(s)}{R(s)}$ کدام است؟



۱) $\frac{G_1(s)G_2(s)[1+G_3(s)]}{[1+G_2(s)H_2(s)+G_1(s)G_2(s)H_1(s)][1+G_3(s)H_3(s)]}$

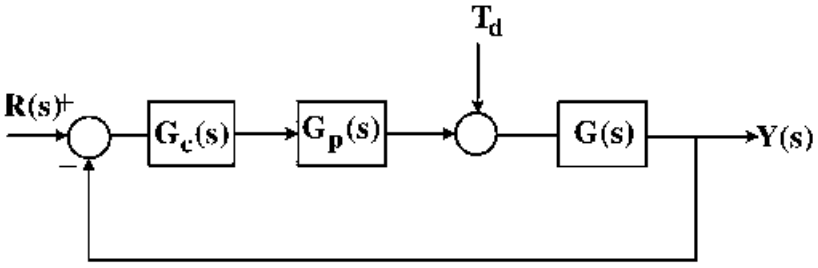
۲) $\frac{G_1(s)G_2(s)[1+G_3(s)]}{[1+G_3(s)H_3(s)+G_1(s)G_2(s)H_1(s)][1+G_2(s)H_2(s)]}$

۳) $\frac{G_1(s)G_2(s)[1+G_3(s)]}{[1+G_3(s)H_3(s)+G_2(s)H_2(s)][1+G_1(s)G_2(s)H_1(s)]}$

۴) $\frac{G_1(s)G_2(s)[1+G_3(s)]}{[1+G_1(s)H_1(s)+G_1(s)G_2(s)H_2(s)][1+G_3(s)H_3(s)]}$

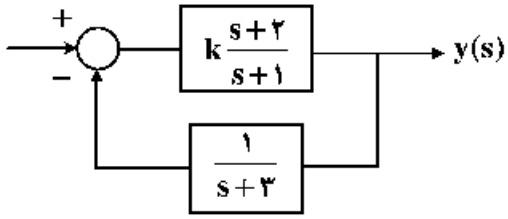
۱۸- در سیستم زیر حساسیت تابع تبدیل حلقه بسته $\frac{Y(s)}{R(s)}$ به تغییرات قطب p در فرکانس‌های خیلی پایین با کدام گزینه رابطه معکوس دارد؟

$$G_c(s)=K_p+sK_D+\frac{K_I}{s} \quad , \quad G_p(s)=\frac{1}{s} \quad , \quad G(s)=\frac{1}{(s+p)^2}$$



۱) K_I
۲) p
۳) K_p
۴) K_D

۱۹- به‌ازای چه مقدار از k، نوع سیستم زیر برابر با ۱ خواهد بود؟



۱) -4
۲) $\frac{3}{4}$
۳) $\frac{4}{5}$
۴) تعیین نوع سیستم ارتباطی به بهرهٔ حلقه نداشته و تنها از روی تعداد قطب‌های در مبدأ مشخص می‌شود.

۲۰- سیستم حلقه‌باز $\frac{5}{s^2+s}$ با فیدبک منفی واحد را در نظر بگیرید. خطای ماندگار به ورودی $13u(t)+2\delta(t)+r(t)$ چه مقدار است؟

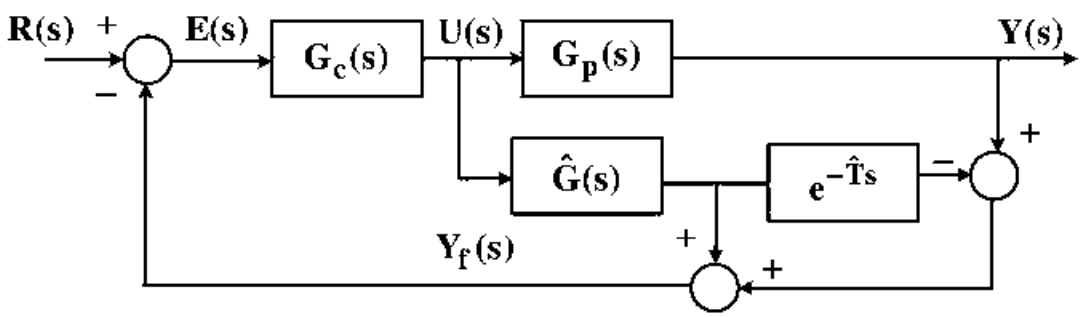
۱) $\frac{6}{5}$
۲) $\frac{3}{5}$
۳) $\frac{1}{5}$
۴) $\frac{1}{10}$

۲۱- در بلوک دیاگرام شکل زیر، اگر $G_p(s)=G(s)e^{-Ts}$ باشد، آنگاه با فرض $G(s)=\hat{G}(s)$ و $T=\hat{T}$؛ تعداد گزاره(های) درست کدام است؟

الف) خروجی پیش‌بینی شده سیستم در T ثانیه جلوتر فیدبک شده است.

ب) اگر $G_m(s)=\hat{G}(s)e^{-\hat{T}s}$ به‌عنوان مدلی از $G_p(s)$ درنظر گرفته شود، سیگنال Y_f تنها به مدل پروسه بدون تأخیر وابسته خواهد بود.

ج) در معادلهٔ مشخصهٔ سیستم اثری از ترم تأخیر وجود نخواهد داشت.

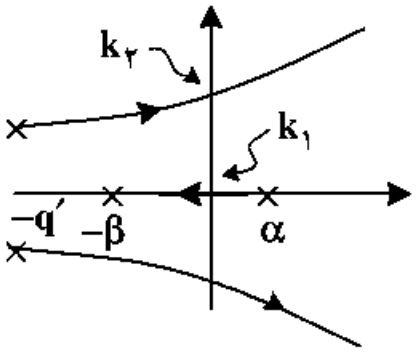


۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

۲۲- یک سیستم حلقه‌باز با تابع تبدیل حلقه $\frac{K}{s(s+10)^2}$ و فیدبک واحد منفی را در نظر بگیرید. بهره K را طوری تنظیم می‌کنیم که میرایی قطب‌های غالب برابر با ۰٫۵ شود. زمان نشست سیستم با معیار ۲٪ چند ثانیه است؟

۱) برابر با ۱٫۲
۲) کوچکتر از ۰٫۹۲
۳) بزرگتر مساوی ۱٫۲
۴) برابر با ۰٫۹۲

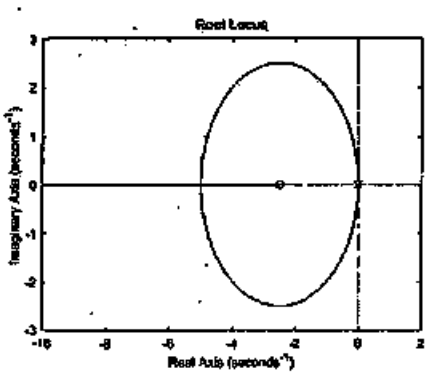
۲۳- دیاگرام مکان هندسی ریشه‌های سیستمی به‌صورت زیر است. برای اینکه سیستم نامبرده پایدار باشد، کدام‌یک از گزینه‌های زیر درست است؟ $|\alpha| < |\beta|$

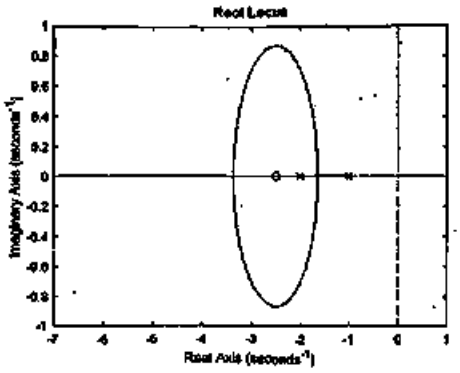


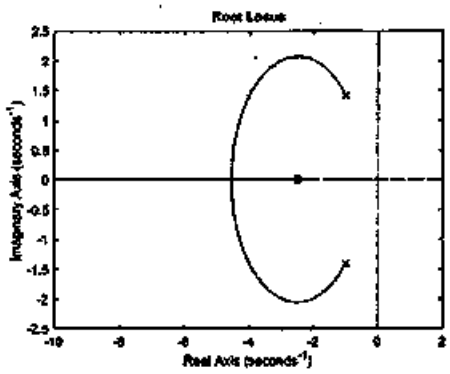
۱) $k_1 < k_2$
۲) $k_1 = k_2$
۳) $k_1 > k_2$
۴) با توجه به اینکه شاخه‌هایی از منحنی مکان هندسی در سمت راست محور موهومی قرار دارند، این سیستم ناپایدار است.

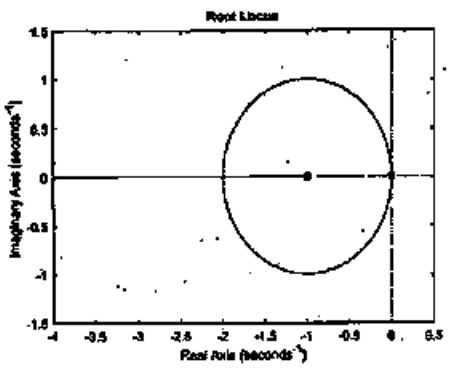
۲۴- برای سیستمی با معادلات حالت زیر مکان قطب‌های تابع تبدیل سیستم برحسب تغییرات $a \geq 0$ کدام است؟

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.4a & -a \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} a & 0.4a \end{bmatrix} x \end{cases}$$

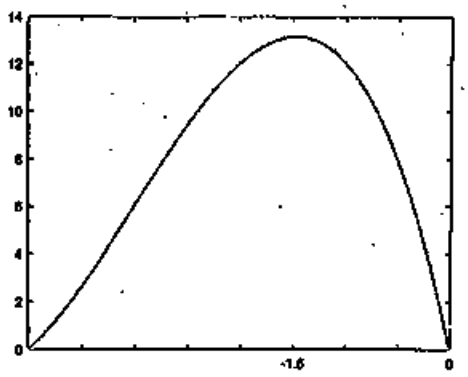
۱)


۲)


۳)


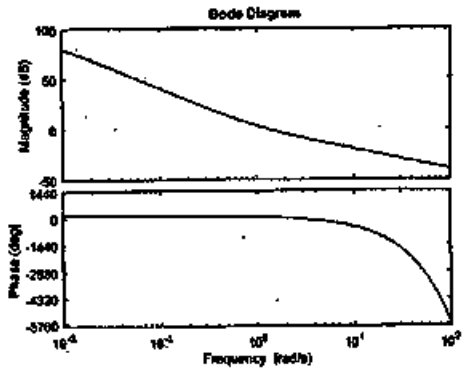
۴)


۲۵- یک سیستم فیدبک واحد با تابع تبدیل حلقه مرتبه ۳ را درنظر بگیرید. نمودار K نسبت به بخش حقیقی قطب‌ها (σ) به‌صورت زیر است. با توجه به اینکه محل تلاقی مجانب‌ها ۳- است، فرکانس نوسانات نامیرای سیستم تقریباً چند رادیان بر ثانیه است؟



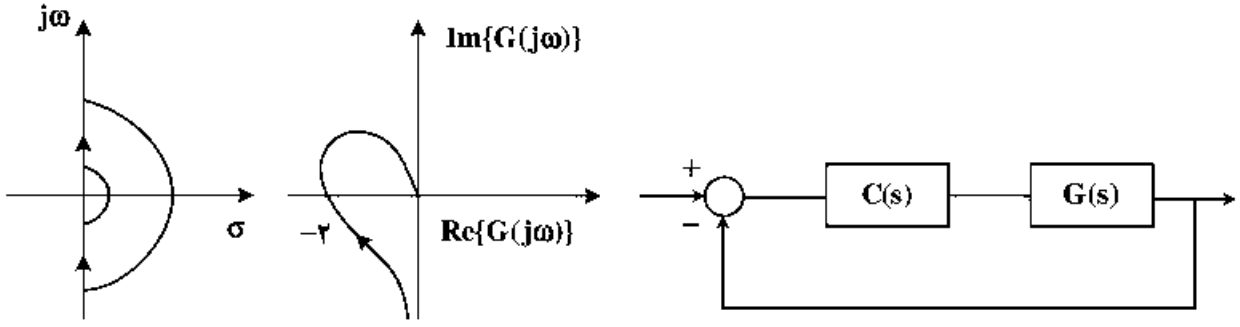
۱) ۴٫۵
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۲٫۵

۲۶- تابع تبدیل متناظر با دیاگرام بودی داده شده، کدام است؟



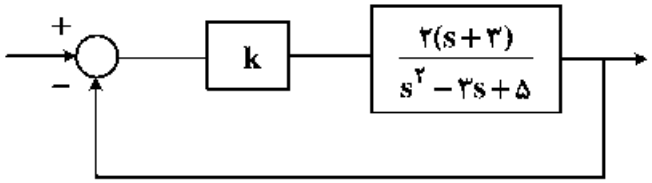
۱) $\frac{e^{-s}(1-s)}{s^2}$
۲) $\frac{e^{-s}(1+s)}{s^2}$
۳) $\frac{e^{-s}}{s}$
۴) $\frac{e^{-s}}{s^2}$

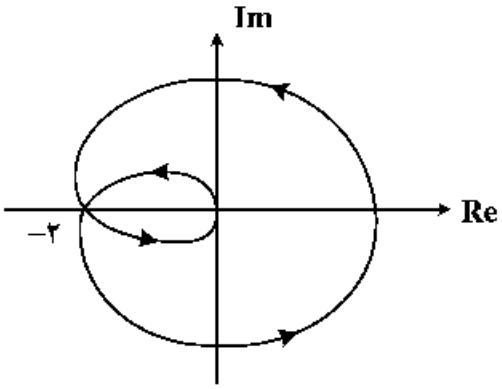
۲۷- به‌ازای کانتورنایکوئیست داده شده، با فرض اینکه G(s) مینیمم فاز بوده و تنها یک قطب در مبدأ داشته باشد، با توجه به دیاگرام قطبی ترسیم‌شده، گزاره نادرست کدام است؟



۱) در حضور کنترل‌کننده تناسبی $(C(s)=k)$، به‌ازای جمیع مقادیر $k>0$ سیستم حلقه‌بسته پایدار است.
۲) کنترل‌کنندهٔ انتگرالی $(C(s)=\frac{k}{s})$ نمی‌تواند سیستم حلقه‌بسته را پایدار است.
۳) کنترل‌کننده P.D $(c(s)=k_1(s+k_2))$ با شرط $k_2>0$ و به‌ازای جمیع مقادیر k_1 می‌تواند سیستم حلقه‌بسته را پایدار کند.
۴) در حضور کنترل‌کنندهٔ تناسبی $(C(s)=k)$، به‌ازای جمیع مقادیر $k<0$ سیستم حلقه‌بسته پایدار است.

۲۸- سیستم کنترل زیر مفروض است. نمودار نایکوئیست سیستم حلقه باز به‌ازای یک $k = k^*$ دلخواه ترسیم شده است. برای این حالت حاشیه بهره سیستم (GM) و وضعیت پایداری را کدام است؟





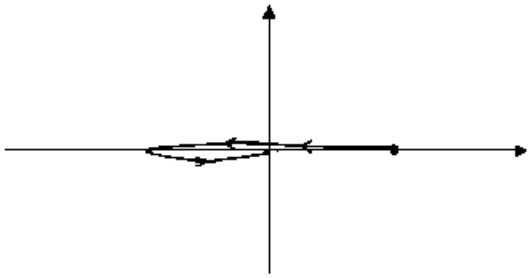
۱) $GM = -۲۰\lg ۲$ و پایدار

۲) $GM = -۲۰\lg \frac{۱}{۲}$ و پایدار

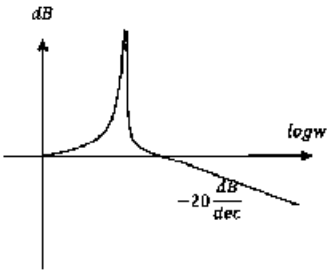
۳) سیستم ناپایدار است.

۴) سیستم در مرز پایداری است.

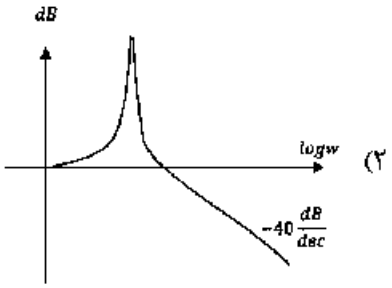
۲۹- نمودار قطبی سیستم کمینه فازی، مطابق شکل زیر است. نمودار اندازه دیاگرام بودی آن کدام‌یک از اشکال زیر است؟ (دقت کنید منحنی قطبی تماماً حقیقی است و برای وضوح، بالاتر از محور ترسیم شده است.)



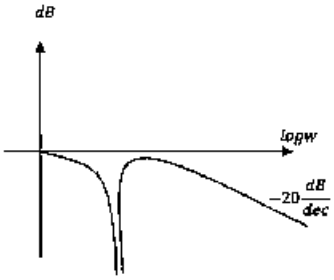
۱)



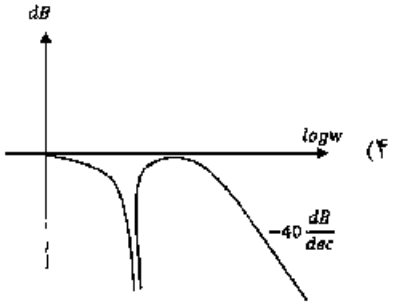
۲)



۳)



۴)

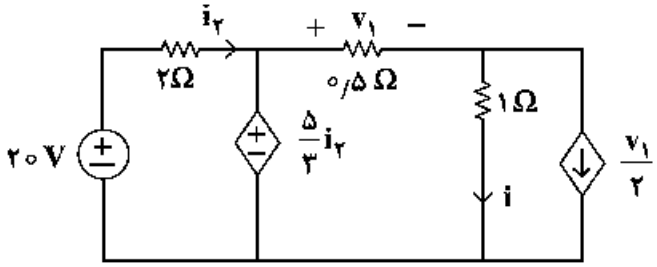


۳۰- اگر تابع تبدیل حلقه باز $G(s)=k\frac{s+z}{s(s+p)}$, $z>p>0$ بوده و نقاط شکست مکان ریشه‌های سیستم در (-2) و (-6) واقع باشند، ساده‌ترین کنترل‌کننده به همراه فیدبک واحد منفی که بتوان قطب‌های حلقه‌بسته را به $(-5\pm j\sqrt{3})$ منتقل نمود، کدام است؟

۱) کنترل‌کننده تناسبی
۲) کنترل‌کننده پیش‌فاز
۳) کنترل‌کننده پس‌فاز
۴) کنترل‌کننده پیش‌فاز ـ پس‌فاز

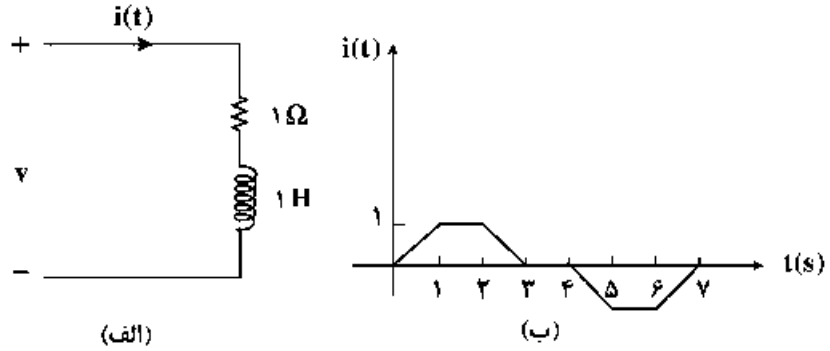
مدارهای الکتریکی (۱ و ۲)

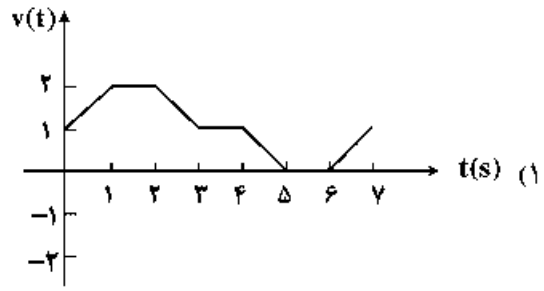
۳۱- در مدار زیر مقادیر i, v_1 به‌ترتیب از راست به چپ چقدر است؟

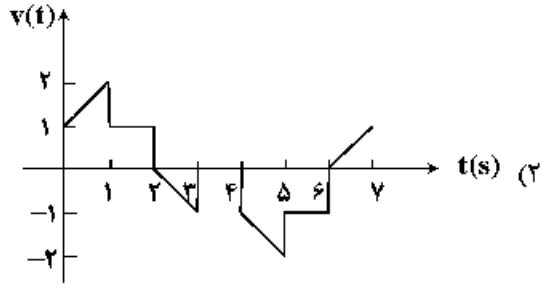


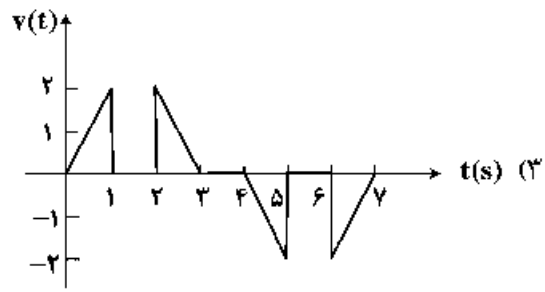
۱) $\frac{4}{3}$ و $\frac{4}{3}$
۲) $\frac{5}{6}$ و $\frac{2}{3}$
۳) $\frac{40}{3}$ و $\frac{20}{3}$
۴) $\frac{40}{11}$ و $\frac{60}{11}$

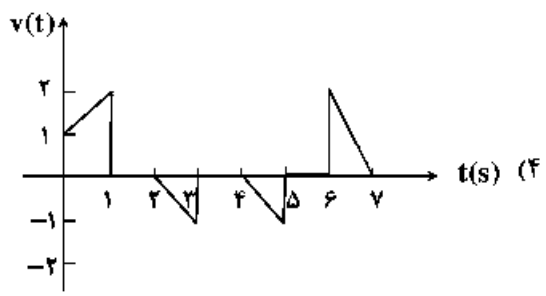
۳۲- جریان اعمال‌شده به مدار شکل (الف) به‌صورت شکل (ب) است. شکل موج ولتاژ $v(t)$ چگونه خواهد بود؟



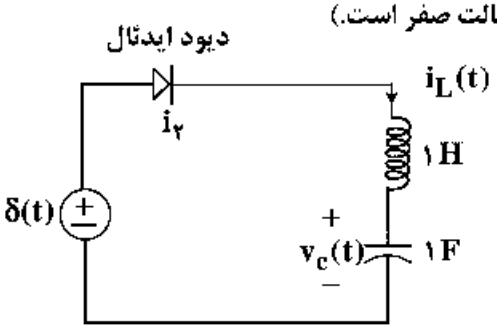
۱)


۲)


۳)


۴)


۳۳- درباره مدار زیر کدام گزینه درست است؟ (مدار در $t=0^-$ در حالت صفر است.)



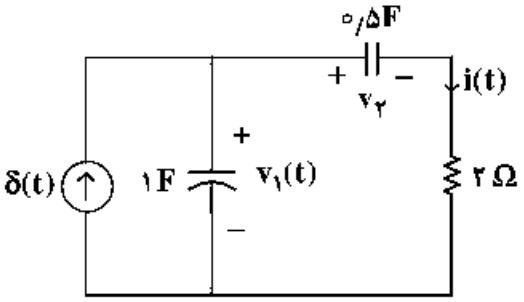
۱) در $t>\frac{\pi}{2}$ دیود خاموش می‌شود و $v_c(\frac{\pi}{2})=0$.

۲) دیود در همهٔ زمان‌ها خاموش است و $v_c(t)=0$.

۳) در $t>\frac{\pi}{2}$ دیود خاموش می‌شود و $v_c(\frac{\pi}{2})=1$.

۴) دیود همواره روشن است و $v_c(\pi)=0\ ,\ i_L(\pi)=-1$.

۳۴- در مدار زیر شرایط اولیه در $t=0^-$ صفر است. مقادیر $i(0^+)$ و $v_2(0^+)$، به‌ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟



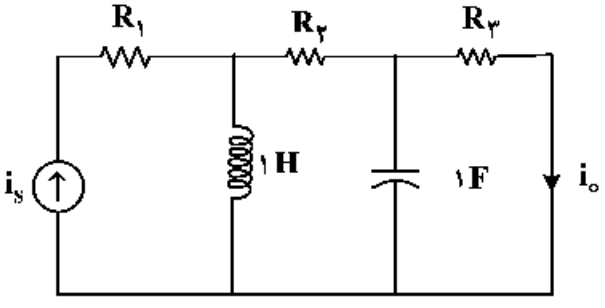
۱) $\frac{1}{2}$ و ۰

۲) $\frac{1}{2}$ و ۱

۳) ۰ و ۱

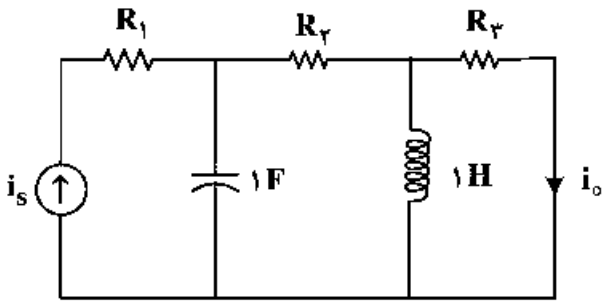
۴) ۰ و ۰

۳۵- در دو مدار زیر اطلاعات لازم در حالت دائمی سینوسی داده شده‌اند. $i_o(t)$ در مدار (ب) کدام است؟



$i_s(t)=10\cos(t+45)\ ,\ i_o(t)=2\cos(t-45)$

مدار (الف)



$i_s(t)=3\cos(t+\frac{\pi}{3})\ ,\ i_o(t)=?$

مدار (ب)

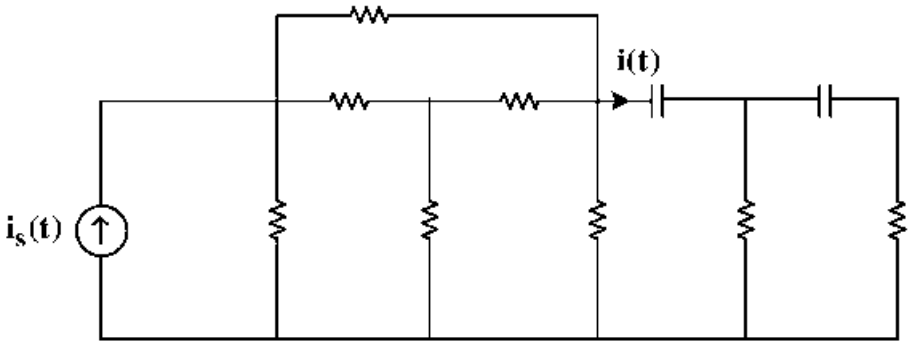
۱) $\frac{1}{5}\sin(t+30)$

۲) $\frac{3}{5}\sin(t+150)$

۳) $\frac{3}{5}\cos(t+150)$

۴) $\frac{1}{5}\cos(t+50)$

۳۶- مدار شکل زیر از عناصر خطی تغییرناپذیر با زمان و پسیو تشکیل شده است. معادله دیفرانسیل **i(t)**، کدام گزینه می‌تواند باشد؟



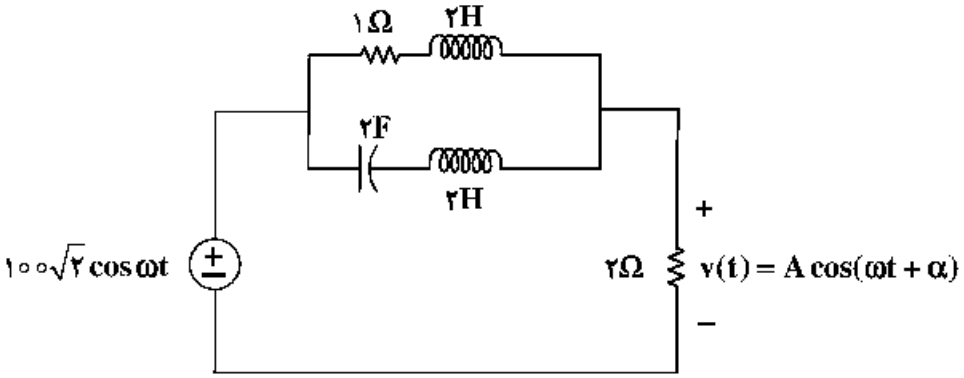
۱) $\frac{d^2i}{dt^2}+3\frac{di}{dt}+2i(t)=\frac{di_s}{dt}$

۲) $\frac{d^2i}{dt^2}+3\frac{di}{dt}+2i(t)=i_s(t)$

۳) $\frac{d^2i}{dt^2}+3\frac{di}{dt}+2i(t)=4i_s(t)+\frac{d^2i_s}{dt^2}$

۴) $\frac{d^2i}{dt^2}+3\frac{di}{dt}+2i(t)=\frac{d^2i_s}{dt^2}+5\frac{di_s}{dt}$

۳۷- در مدار زیر در چه شرایطی ولتاژ ماندگار **v(t)** دارای مقدار بیشترین مقدار **A** خواهد بود؟ مقدار **A** چقدر است؟



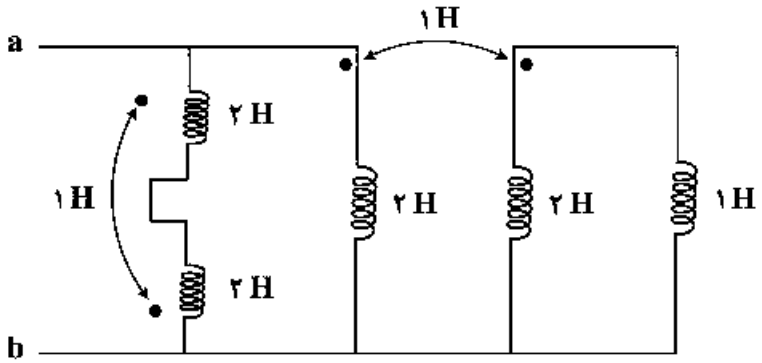
۱) $\omega=\frac{1}{2}\frac{rad}{s}, A=200\ V$

۲) $\omega=\frac{1}{2}\frac{rad}{s}, A=100\sqrt{2}\ V$

۳) $\omega=2\frac{rad}{s}, A=20\ V$

۴) $\omega=2\frac{rad}{s}, A=50\sqrt{2}\ V$

۳۸- در مدار زیر اندوکتانس دیده شده از دو سر **a** و **b** چند هانری است؟



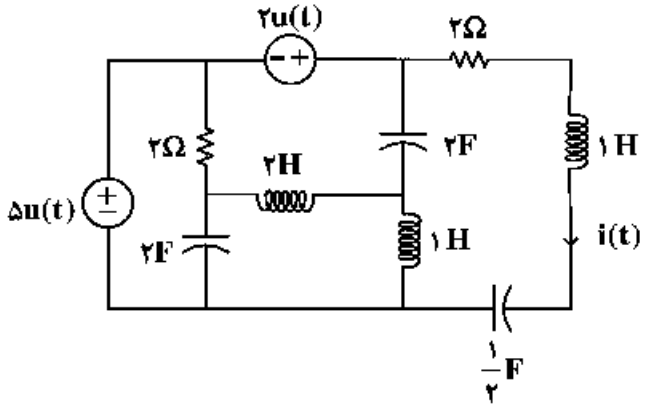
۱) ۰٫۷

۲) $\frac{10}{11}$

۳) ۲٫۵

۴) $\frac{5}{11}$

۳۹- در مدار زیر سلف‌ها و خازن‌ها فاقد انرژی اولیه‌اند. معادله جریان $i(t)$ برای زمان‌های پس از صفر، کدام است؟



۱) $۴e^{-t}\cos t + ۵e^{-t}\sin t$

۲) $e^{-t}(\cos ۲t + ۳\sin t)$

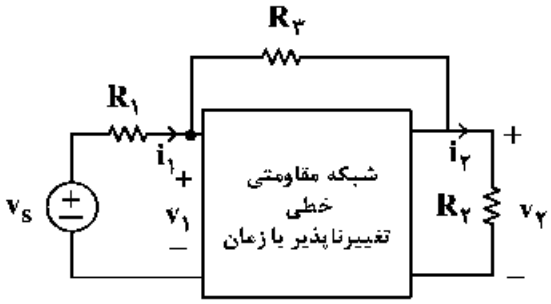
۳) $۴t\,e^{-t}$

۴) $۷e^{-t}\sin t$

۴۰- در گراف پیوسته مسطح بدون لولا با ۱۰ شاخه، به هر گره آن دقیقاً ۴ شاخه متصل است. اگر A ماتریس تلاقی گزه با شاخه مختصر شده باشد، ابعاد این ماتریس کدام است؟

۱) ۴×۱۰ ۲) ۶×۱۰ ۳) ۳×۱۰ ۴) ۱۰×۱۰

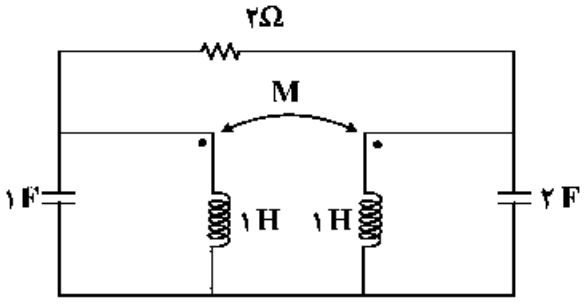
۴۱- مدار زیر در دو حالت مورد آزمایش قرار گرفته است. نتایج آزمایش‌ها به شرح زیر است. در حالت دوم توان تحویلی منبع ولتاژ چند وات است؟



	$v_۱$	$i_۱$	$v_۲$	$i_۲$	$R_۱$	$R_۲$	$R_۳$
حالت اول	۵	۲	۲	۱	۱	۲	۴
حالت دوم	؟	۱	۳	۳	۱	۱	۴

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۲- مقدار M چند هانری باشد که مدار کمترین مرتبه را داشته باشد. مرتبه مدار کدام است؟



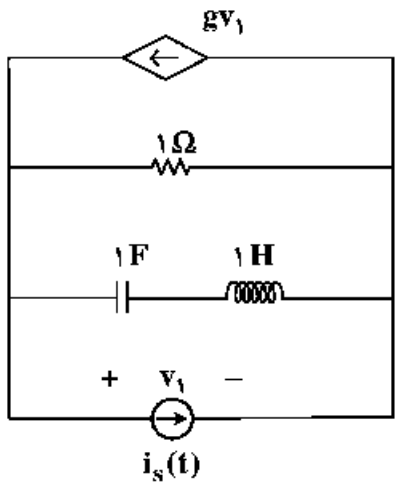
۱) $M=۱$ و مرتبه مدار ۲

۲) $M=۰$ و مرتبه مدار ۲

۳) $M=۱$ و مرتبه مدار ۳

۴) $M=-۱$ و مرتبه مدار ۴

۴۳- اگر $s=۱$ فرکانس طبیعی مدار شکل زیر باشد، مقدار g کدام است؟



۱) $۱/۵\,\mho$

۲) $۲/۵\,\mho$

۳) $-۲/۵\,\mho$

۴) $-۱/۵\,\mho$

۴۴- در یک مدار مرتبه ۶ با دو منبع مستقل $v_s(t)$ و $i_s(t)$ دو تابع شبکه زیر داده شده است:

$$H_1(s)=\left.\frac{I_1}{I_s}\right|_{V_s=0}=\frac{(s+3)}{(s+1)^2} \quad , \quad H_2(s)=\left.\frac{I_2}{V_s}\right|_{I_s=0}=\frac{s+7}{(s+1)(s+2)}$$

پاسخ ورودی صفر متغیر $v_3(t)$ به‌ازای یک دسته شرایط اولیه و با صفرکردن دو منبع $v_s(t)$ و $i_s(t)$ برابر است با: $v_3(t)=5e^{-2t}+6e^{-3t}\ ;\ t>0$.

در مورد این مدار، کدام یک از گزینه‌های زیر نادرست است؟

۱) شش فرکانس طبیعی این مدار ممکن است $-1,-1,-1,-2,-2,-3$ باشد.

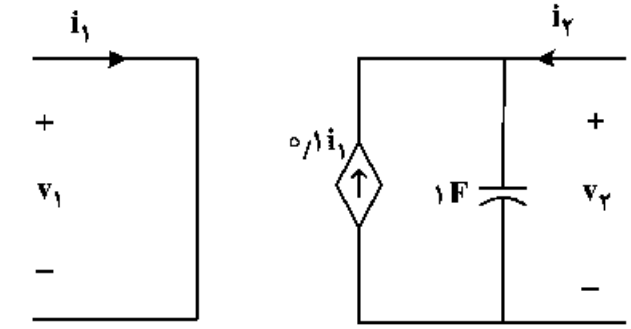
۲) چهار فرکانس طبیعی این مدار برابر است با: $-1,-1,-2,-3$

۳) متغیر $i_1(t)$ حداقل ۲ فرکانس طبیعی دارد.

۴) متغیر $v_3(t)$ فقط ۲ فرکانس طبیعی دارد.

۴۵- دربارهٔ دوقطبی شکل زیر، کدام گزینه درست است؟

$$\begin{pmatrix}V_1\\V_2\end{pmatrix}=Z\begin{pmatrix}I_1\\I_2\end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix}I_1\\I_2\end{pmatrix}=Y\begin{pmatrix}V_1\\V_2\end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix}V_1\\V_2\end{pmatrix}=H\begin{pmatrix}I_1\\I_2\end{pmatrix}$$



۱) ماتریس‌های H و Z و Y را دارد.

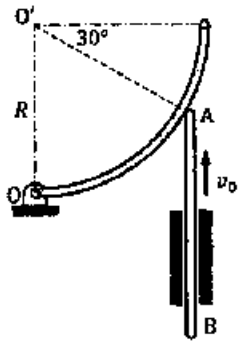
۲) ماتریس‌های Z و Y را دارد ولی H ندارد.

۳) ماتریس‌های H و Y را دارد ولی Z ندارد.

۴) ماتریس‌های H و Z را دارد ولی Y ندارد.

دینامیک

۴۶- میلهٔ AB در راهنمای عمودی با سرعت v_0 به سمت بالا حرکت می‌کند و سبب دوران ربع ـ دایره‌ای حول لولای O می‌شود. برای لحظهٔ نشان داده شده، شتاب کریولیس نقطهٔ A نسبت به میلهٔ ربع ـ دایره‌ای کدام است؟



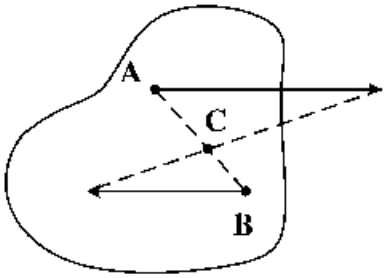
۱) $\frac{2}{3}\left(\frac{V_0^2}{R}\right)$، عمود بر AO'

۲) $\frac{2}{3}\left(\frac{V_0^2}{R}\right)$، در امتداد AO'

۳) $2\left(\frac{V_0^2}{R}\right)$، در امتداد AO'

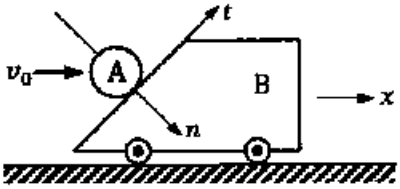
۴) $2\left(\frac{V_0^2}{R}\right)$، عمود بر AO'

۴۷- دو نقطهٔ A و B مطابق شکل بر روی یک جسم صلب واقع هستند. اگر بردارهای نشان داده‌شده بردار سرعت نقاط A و B باشند، کدام گزینه درست است؟



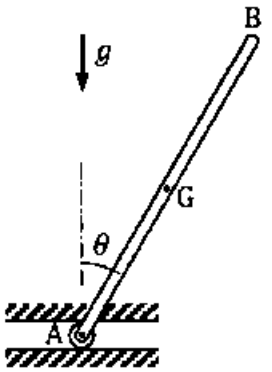
۱) جسم مرکز آنی سرعت صفر ندارد.
۲) نقطهٔ C مرکز آنی سرعت صفر جسم است.
۳) چنین بردارهای سرعتی برای نقاط A و B ممکن نیست.
۴) چون بردارهای سرعت موازی هستند، مرکز آنی در بی‌نهایت واقع است.

۴۸- گوی A با سرعت افقی v_0 به جسم گوه‌ای ـ شکل B که ساکن است برخورد می‌کند. کدام گزینه در مورد پایستگی تکانهٔ خطی برای این برخورد درست است؟ (n و t راستاهای عمودی و مماسی برخورد و x راستای افقی است.)



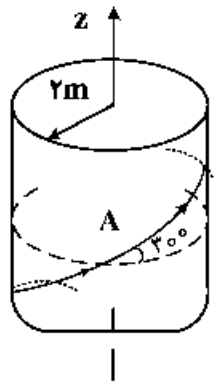
۱) تکانهٔ خطی B در راستای t، ثابت است.
۲) تکانهٔ خطی B در راستای x، ثابت است.
۳) تکانهٔ خطی مجموعهٔ A و B در راستای t، ثابت است.
۴) تکانهٔ خطی مجموعهٔ A و B در راستای x، ثابت است.

۴۹- میلهٔ صلب، باریک و یکنواخت AB از حالت سکون در $\theta = ۳۰^\circ$ و در صفحهٔ قائم رها می‌شود. نسبت شتاب مرکز جرم میله، G، به شتاب نقطهٔ A در لحظهٔ نخست، کدام است؟ (نقطهٔ A به کمک غلتک کوچک و بدون جرم، در شیار افقی حرکت می‌کند.)



۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$
۲) $\frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$
۴) $\sqrt{۳}$

۵۰- ذره‌ای در امتداد مسیری بر محیط استوانه‌ای در حال حرکت است. در نقطهٔ A اندازهٔ کل بردار شتاب برابر $۱۰\frac{m}{s^۲}$ و سرعت ذره در امتداد مسیر با مقداری برابر $۸\frac{m}{s^۲}$ در حال افزایش است. در این موقعیت، سرعت ذره چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۲
۲) ۳
۳) $\sqrt{۱۰}$
۴) ۴

۵۱- در دستگاه مختصات کروی، مؤلفهٔ شعاعی شتاب کدام است؟

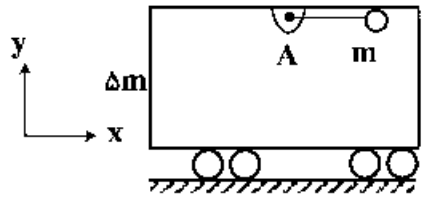
۱) $a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 - r\dot{\phi}^2 \sin^2\theta$

۲) $a_r = \ddot{r} - r\dot{\phi}^2 - r\dot{\theta}^2 \sin^2\theta$

۳) $a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 + r\dot{\phi}^2 \sin^2\theta$

۴) $a_r = \ddot{r} + r\dot{\phi}^2 - r\dot{\theta}^2 \sin^2\theta$

۵۲- مطابق شکل جرم m توسط میله‌ای سبک در نقطهٔ A به واگن به جرم $5m$ مفصل شده است. مجموعه از حال سکون و درحالی‌که میله در موقعیت افقی قرار دارد رها می‌شود. با صرف‌نظرکردن از اصطکاک گزینه نادرست کدام است؟



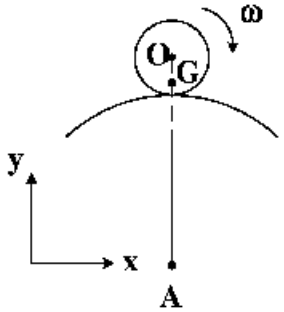
۱) برای مجموعه تکانهٔ خطی در راستای y بقا دارد.

۲) انرژی برای مجموعهٔ جرم m و واگن بقا دارد.

۳) برای مجموعه تکانهٔ خطی در راستای x بقا دارد.

۴) نیروی کشش در میله هنگامی‌که در موقعیت عمودی قرار می‌گیرد از وزن جرم m بیشتر است.

۵۳- یک استوانهٔ ناهمگن که مرکز جرم آن در نقطهٔ G و مرکز هندسی آن در نقطهٔ O واقع است با سرعت زاویه‌ای ثابت ω برروی سطح بیرونی یک استوانهٔ ثابت حرکت غلتشی بدون لغزش انجام می‌دهد. با توجه به دستگاه مختصات، در لحظهٔ نشان داده شده در شکل کدام گزاره در مورد شتاب مرکز جرم استوانهٔ متحرک درست است؟



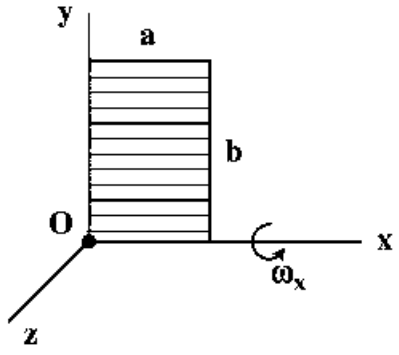
۱) شتاب G هم در راستای x و هم در راستای y مؤلفه دارد.

۲) شتاب G فقط در راستای y مؤلفه دارد و این مؤلفه مثبت است.

۳) شتاب G فقط در راستای y مؤلفه دارد و این مؤلفه منفی است.

۴) شتاب G فقط در راستای y مؤلفه دارد و ممکن است مثبت یا منفی و یا صفر باشد.

۵۴- مطابق شکل زیر، صفحه نازک و یکنواختی به جرم m با سرعت زاویه‌ای ω_x حول محور x می‌چرخد، مومنتم زاویه‌ای صفحه حول نقطهٔ O کدام است؟



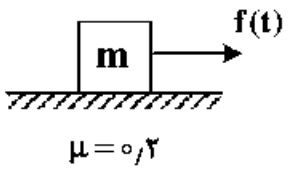
۱) $\vec{H}_o = \frac{1}{12} mb^2 \omega_x \vec{i} - \frac{1}{2} mab\omega_x \vec{j}$

۲) $\vec{H}_o = \frac{1}{3} mb^2 \omega_x \vec{i} + \frac{1}{4} mab\omega_x \vec{j}$

۳) $\vec{H}_o = \frac{1}{3} mb^2 \omega_x \vec{i} - \frac{1}{4} mab\omega_x \vec{j}$

۴) $\vec{H}_o = \frac{1}{12} mb^2 \omega_x \vec{i} + \frac{1}{2} mab\omega_x \vec{j}$

۵۵- مطابق شکل زیر، نیروی $f(t)=2t[N]$ در لحظهٔ $t=0$ به مهره‌ای به جرم $m=1kg$ که در حالت سکون برروی سطح افقی با ضریب اصطکاک $\mu=0/2$ قرار گرفته است اعمال می‌شود. سرعت مهره در لحظهٔ $t=2[s]$ چند متر بر ثانیه است؟ (شتاب جاذبه را $g=10\left[\frac{m}{s^2}\right]$ در نظر بگیرید.)



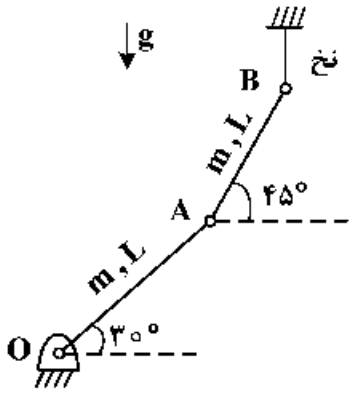
۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۴

۵۶- در شکل زیر، در لحظه‌ای که نخ پاره می‌شود، $V_B=1\frac{m}{s}$ و در امتداد قائم به سمت پایین است. سرعت زاویه‌ای میله OA چند رادیان بر ثانیه است؟ $(L=1m)$



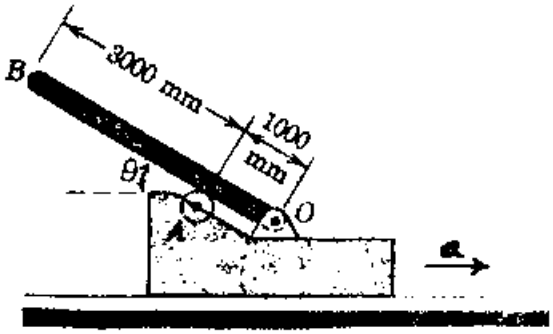
۱) $\frac{\cos 45^\circ}{\cos 75^\circ}$

۲) $\frac{\cos 30^\circ}{\cos 75^\circ}$

۳) $\frac{\cos 45^\circ}{\cos 30^\circ}$

۴) $\frac{\cos 30^\circ}{\cos 45^\circ}$

۵۷- میلهٔ یکنواخت OB به جرم m تحت زاویه θ درجه نسبت به افق بر روی قاب شتاب‌دار توسط لولای O و غلتک A مهار شده است. اگر قاب دارای شتاب افقی a باشد، نیروی وارد بر غلتک A کدام است؟



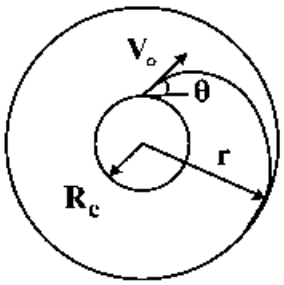
۱) $2m(g\cos\theta-a\sin\theta)$

۲) $2m(a\sin\theta+g\cos\theta)$

۳) $2m(a\sin\theta-g\cos\theta)$

۴) $2m(a\sin\theta+2g\cos\theta)$

۵۸- جسمی به جرم m، از سطح کره زمین به جرم M_e و شعاع R_e، با سرعت اولیه $V_\circ$ تحت زاویه θ نسبت به افق به گونه‌ای پرتاب می‌شود که بر روی مدار تعادلی دایروی به شعاع r قرار گیرد. با صرف‌نظر از مقاومت هوا و ایستا فرض کردن کرهٔ زمین، شعاع مدار تعادل کدام است؟ (G ثابت جهانی گرانش است.)



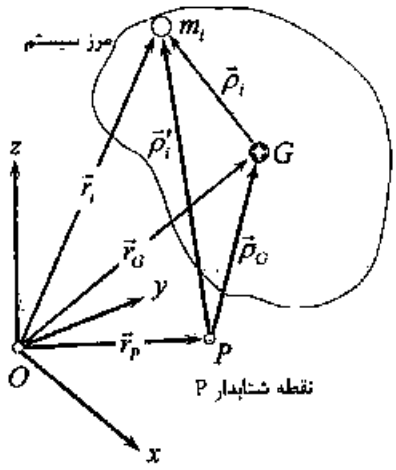
۱) $\dfrac{2GM_e}{R_e V_\circ^2}$

۲) $\dfrac{(2GM_e)^{\frac{1}{2}}}{V_\circ}$

۳) $\dfrac{V_\circ^2 R_e^2 \cos^2\theta}{GM_e}$

۴) $\dfrac{GM_e}{R_e V_\circ^2 \cos^2\theta}$

۵۹- با توجه به شکل زیر کدام‌یک از روابط زیر نادرست است؟



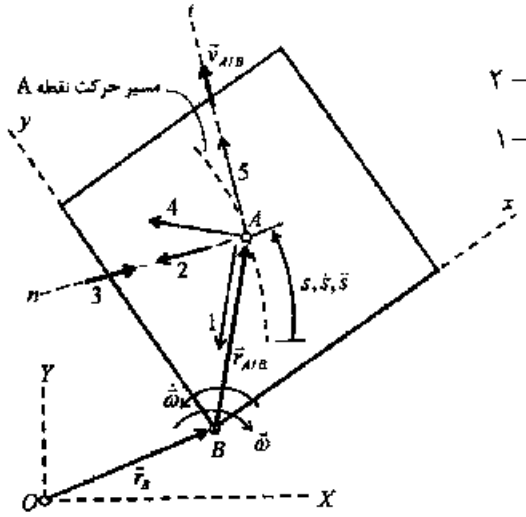
۱) $\vec{H}_P = \vec{H}_G + \dot{\rho}_G \times m\dot{r}_G$

۲) $\sum_i \vec{\rho}_i \times m_i \ddot{\vec{\rho}}_i = \sum_1 \vec{\rho}_i \times m_i \ddot{\vec{r}}_i$

۳) $(\dot{H}_P)_{rel} = \dot{H}_G + \vec{\rho}_G \times m\ddot{\rho}_G$

۴) $\vec{M}_P = (\dot{\vec{H}}_P)_{rel} + \vec{\rho}_G \times m\ddot{\vec{r}}_G$

۶۰- شکل زیر مسیر حرکت ذره A را درون صفحه‌ای نشان می‌دهد که خود صفحه دارای سرعت زاویه‌ای $\vec{\omega}$ و شتاب زاویه‌ای $\dot{\vec{\omega}}$ است. بردارهای ۱ تا ۵، هر یک بیانگر یکی از مؤلفه‌های شتاب این ذره مادی هستند. کدام‌یک از گزینه‌های زیر تمامی بردارها را به درستی نام‌گذاری کرده است؟



۱) $۳ \to 2\omega \times \dot{v}_{A/B}$; $۴ \to \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r}_{A/B}$; $۵ \to (a_{A/B})_t$

۲) $۲ \to \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}_{A/B})$; $۳ \to 2\omega \times \dot{v}_{A/B}$; $۵ \to (a_{A/B})_t$

۳) $۱ \to \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}_{A/B})$; $۲ \to 2\omega \times \dot{v}_{A/B}$; $۴ \to \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r}_{A/B}$

۴) $۱ \to (a_{A/B})_n$; $۴ \to (a_{A/B})_t$; $۵ \to \dot{\vec{\omega}} \times \vec{r}_{A/B}$