کد کنترل

286

F

286F

آزمون (نیمه‌متمرکز) ورود به دوره‌های دکتری ـ سال ۱۴۰۱

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

دفترچهٔ شمارهٔ (۱)
صبح جمعه ۱۴۰۰/۱۲/۶

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری
سازمان سنجش آموزش کشور

رشتهٔ علوم کامپیوتر
(کد ۲۲۴۷)

جدول مواد امتحانی، تعداد، شمارهٔ سؤال‌ها و زمان پاسخ‌گویی

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شمارهٔ	تا شمارهٔ	زمان پاسخ‌گویی
مجموعه دروس تخصصی: ـ ساختمان داده و الگوریتم ـ مبانی منطق ـ مبانی ترکیبیات ـ جبر خطی عددی ـ نظریه الگوریتم پیشرفته	۴۵	۱	۴۵	۱۵۰ دقیقه

این آزمون نمرهٔ منفی دارد.

استفاده از ماشین‌حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤال‌ها به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفان برابر مقررات رفتار می‌شود.

* متقاضی گرامی، وارد نکردن مشخصات و امضا در کادر زیر، به منزلهٔ غیبت و حضور نداشتن در جلسهٔ آزمون است.

اینجانب ..... با شمارهٔ داوطلبی ..... با آگاهی کامل، یکسان‌بودن شمارهٔ صندلی خود را با شمارهٔ داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخ‌نامه و دفترچهٔ سؤال‌ها، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچهٔ سؤال‌ها و پایین پاسخ‌نامه‌ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

۱- $f, g : \mathbb{N} \to \mathbb{R}^+$ دو تابع هستند. کدام گزاره یا گزاره‌ها درست است؟

الف) اگر $f = o(g)$ آنگاه $g = \Omega(f)$.

ب) اگر $f = O(g)$ آنگاه $g = \omega(f)$.

۱) فقط الف ۲) فقط ب ۳) هر دو ۴) هیچ‌کدام

۲- خروجی الگوریتم زیر از چه مرتبه‌ای است؟

```
a = ۲
b = ۳
while(a < n){
    a = a * a
    b = b * ۲
    }
Print(b)
```

۱) n

۲) $n^{\lg_۲ ۳}$

۳) $\lg \lg n$

۴) $\lg n$

۳- با الگوریتم مرتب‌سازی حبابی (Bnbble Sort) اعداد ۴ و ۲ و ۱ و ۵ و ۳ را از چپ به راست صعودی می‌کنیم. تعداد جابه‌جایی‌های دو عنصر چندتاست؟

۱) ۳

۲) ۴

۳) ۵

۴) ۱۰

۴- G یک گراف با n رأس و e یال است؛ که وزن همه یال‌های آن یک است. همچنین می‌دانیم که هر دو رأس دارای همسایه مشترک هستند. (به عبارت دیگر، فاصله هر دو رأس حداکثر دو است.) رأس S از G داده شده است. بهترین زمان برای محاسبه فاصله همه رأس‌ها از S از چه مرتبه‌ای است؟

۱) $e \lg n$

۲) $n + e$

۳) e

۴) n

۵- L یک لیست پیوندی (Linked List) از اعداد نه لزوماً مرتب است. پیدا کردن یک عنصر در L و نیز اضافه کردن یک عنصر به L به‌ترتیب از راست به چپ از چه مرتبه زمانی است؟

۱) ۱ و ۱

۲) n و ۱

۳) ۱ و n

۴) n و n

۶- در یک ساختمان داده‌های D تعداد n عدد متمایز ذخیره کرده‌ایم. با ورودی یک عدد x قصد داریم کوچک‌ترین عدد بزرگ‌تر از x را در D (در صورت وجود چنین عنصری) بیابیم. اگر D به‌ترتیب از راست به چپ، هرم (heap) و جدول درهم‌سازی (hash table) باشد، بهترین زمان برای این کار از چه مرتبه‌ای است؟

۱) lg n و ۱

۲) lg n و n

۳) n و ۱

۴) n و n

۷- ۵ عدد را با مرتب‌سازی ادغامی (merge sort) مرتب می‌کنیم. حداکثر چند مقایسه انجام می‌شود؟

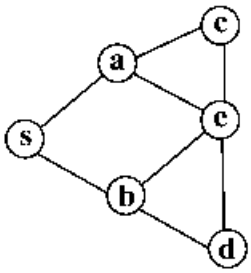
۱) ۵

۲) ۸

۳) ۹

۴) ۱۰

۸- دو الگوریتم جستجوی اول سطح (BFS) و جستجوی اول عمق (DFS) را با شروع از رأس s روی گراف زیر اجرا می‌کنیم. در هر یک از دو الگوریتم هرگاه چند انتخاب برای رأس بعدی داشته باشیم، رأسی را انتخاب می‌کنیم که در الفبای انگلیسی زودتر آمده است. در کدام الگوریتم یا الگوریتم‌ها آخرین رأسی که به آن می‌رسیم، رأس d است؟



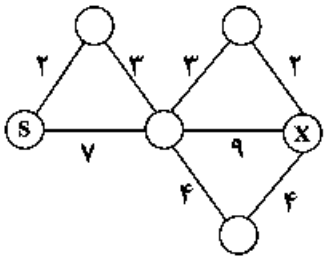
۱) فقط BFS

۲) فقط DFS

۳) هر دو

۴) هیچ‌کدام

۹- در اجرای الگوریتم دایکسترا با شروع از رأس s روی گراف زیر، فاصله ذخیره‌شده برای رأس x چند بار تغییر می‌کند؟ (فاصله x از s در ابتدا ∞ در نظر گرفته می‌شود.)



۱) ۲

۲) ۳

۳) ۴

۴) ۵

۱۰- مسئله زیر را در نظر بگیرید.

ورودی: اعداد n و m و اعداد $a_1,...,a_n$.

سؤال: آیا $I \subseteq \{1,...,n\}$ وجود دارد به‌طوری‌که $\sum_{i \in I} a_i = m$؟

به‌جای علامت سؤال، در الگوریتم کدام گزینه قرار داده شود تا الگوریتم زیر مسئله بالا را حل کند؟

```
S ← ?
for(i = 1  to  n)
    S ← S ∪ {s + a_i | s ∈ S}
if  (m ∈ S)
    return (yes)
else
    retnrn (no)
```

۱) $\{0\}$

۲) $\{1\}$

۳) $\{0,1\}$

۴) $\emptyset$

۱۱- کدام‌یک از دو مسئله زیر دارای الگوریتم حریصانه (greedy) است؟

الف:
ورودی: دنباله صعودی $a_1,...,a_n$ از اعداد
سؤال: مجموعه $I \subseteq \{1,...,n\}$ به‌طوری‌که $\sum_{i \in I} a_i$، بیشترین مقدار کمتر از یک را داشته باشد.

ب:
ورودی: دنباله صعودی $a_1,...,a_n$ از اعداد
سؤال: بزرگترین مجموعه $I \subseteq \{1,...,n\}$ به‌طوری‌که $\sum_{i \in I} a_i$، مقدار کمتر از یک داشته باشد.

۱) فقط الف ۲) فقط ب ۳) هر دو ۴) هیچ‌کدام

۱۲- G یک شبکه (یک گراف جهت‌دار به‌همراه تابع ظرفیت روی یال‌ها) است. S و t دو رأس از G هستند. همچنین A زیرمجموعه‌ای از رأس‌های G است به‌طوری‌که $S \in A$ و $t \notin A$. کدام گزاره یا گزاره‌ها درست است (هستند)؟

الف) در هر جریان از S به t، «مجموع جریان خروجی از S منهای مجموع جریان ورودی به S» برابر است با «مجموع جریان خروجی از A منهای مجموع جریان ورودی به A».

ب) اگر ظرفیت همه یال‌ها گویا باشد، مقدار جریان بیشینه از S به t نیز گویاست.

۱) فقط الف ۲) فقط ب ۳) هر دو ۴) هیچ‌کدام

۱۳- استدلال زیر در سیستم استنتاج طبیعی را در نظر می‌گیریم:

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\forall x \forall y A(x,y)}{\forall y A(x,y)}}{A(x,x)} \quad \dfrac{\dfrac{\forall x \neg A(x,x)}{\neg A(x,x)}}{}}{\dfrac{\bot}{\neg \forall x \neg A(x,x)}}}{\forall x \forall y A(x,y) \rightarrow \neg \forall x \neg A(x,x)}$$

در چند مورد در این استدلال حذف سور عمومی $(\forall E)$ به درستی انجام شده است؟

۱) ۰

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

۱۴- چند تا از مجموعه‌های زیر شمارای نامتناهی است؟

الف) مجموعه نقاط با مختصات گویا در فضا $\left\{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \middle| x,y,z \in \mathbb{Q}\right\}$

ب) مجموعه توابع ثابت از $\mathbb{R}$ به $\mathbb{Q}$

ج) مجموعه رشته‌های با طول متناهی با حروف الفبای فارسی

۱) ۳

۲) ۲

۳) ۱

۴) ۰

۱۵- فرض کنیم زبان، شامل شش ثابت W، نمادهای معمولی دو موضعی O_1، O_2 و نمادهای معمولی یک موضعی F_1, F_2, F_3 باشد. این تعبیر را در نظر می‌گیریم: (b_iها متمایزند.)

$$I(A)=b_1, I(B)=b_2, I(C)=b_3, I(D)=b_4, I(E)=b_5, I(F)=b_6$$

$$I(O_1)=\{(b_1,b_4),(b_4,b_3),(b_3,b_6),(b_5,b_2),(b_2,b_6)\}$$

$$I(O_2)=\{(b_1,b_4),(b_1,b_3),(b_1,b_6),(b_4,b_3),(b_4,b_6),(b_3,b_6),(b_5,b_2),(b_5,b_6),(b_2,b_6)\}$$

$$I(F_1)=\{b_1,b_5\}$$

$$I(F_2)=\{b_1,b_5\}$$

$$I(F_3)=\{b_4\}$$

$\mathfrak{I}$ مدلی برای کدام گزینه است؟

۱) $\forall x(F_1(x) \rightarrow \neg \exists y O_1(y,x))$

۲) $F_3(A) \wedge \neg F_3(C)$

۳) $\forall x \exists y \exists z (O_2(x,y) \wedge O_2(x,z) \wedge y \neq z)$

۴) $\exists x(F_2(x) \wedge \neg F_1(x))$

۱۶- کدام گزینه فرم نرمال عطفی (CNF) فرمول $\neg(\neg p \vee q) \vee (r \rightarrow \neg s)$ است؟

۱) $(p \vee \neg r \vee s) \wedge (\neg q \vee \neg r \vee s)$

۲) $(p \vee \neg r \vee \neg s) \wedge (\neg q \vee \neg r \vee \neg s)$

۳) $(p \wedge \neg r \wedge \neg s) \vee (\neg q \wedge \neg r \wedge \neg s)$

۴) $(p \wedge \neg r \wedge s) \vee (\neg q \wedge \neg r \wedge s)$

۱۷- کدام یک از استدلال(های) زیر معتبر هستند؟ (منظور از نماد $\therefore$ نتیجه‌گیری حکم است.)

(الف)

$\neg a \wedge (a \rightarrow b)$

$\therefore \neg b$

(ب)

$p \rightarrow q$

$\neg r \rightarrow \neg q$

$\neg r$

$\therefore \neg p$

۱) فقط الف ۲) فقط ب ۳) هردو ۴) هیچکدام

۱۸- یک جدول سودوکو ۹×۹ که شامل ۹ پنجره ۳×۳ است را در نظر می‌گیریم. در این جدول باید اعداد ۱ تا ۹ طوری قرار گیرند که هر عدد در سطر، ستون و پنجره دقیقاً یک‌بار ظاهر شده باشد. برای $r, c \leq 9$ و $n \geq 1$ فرض کنید $p(n, r, c)$ بیان کند که عدد n در محل تقاطع سطر r و ستون c قرار گرفته است. در این صورت $\bigwedge_{r=1}^{9} \bigwedge_{n=1}^{9} \bigvee_{c=1}^{9} p(n, r, c)$ بیان می‌کند که:

۳×۳	۳×۳	۳×۳
۳×۳	۳×۳	۳×۳
۳×۳	۳×۳	۳×۳

۱) هر سطر شامل تمام اعداد ۱ تا ۹ است.

۲) هر ستون شامل تمام اعداد ۱ تا ۹ است.

۳) هر پنجره شامل تمام اعداد ۱ تا ۹ است.

۴) مجموعه اعداد ظاهر شده بر روی قطر پنجره‌های متمایز، متفاوت هستند.

۱۹- حداکثر تعداد ناحیه بسته‌ای که در داخل یک دایره مفروض با رسم هشت خط می‌توان تشکیل داد چه تعداد است؟

۱) ۳۷

۲) ۳۶

۳) ۲۹

۴) ۲۸

۲۰- معادله $2x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 12$ چند جواب صحیح نامنفی دارد؟

۱) ۶۵

۲) ۷۰

۳) ۱۳۰

۴) ۱۴۰

۲۱- به چند روش می‌توان ۵ کتاب مختلف را در سه قفسه با شماره‌های ۱ و ۲ و ۳ قرار داد درصورتی که بدانیم ترتیب کتاب‌ها در داخل قفسه‌ها مهم نیست و ممکن است بعضی قفسه‌ها خالی بمانند؟

۱) ۱۲۵

۲) ۲۴۳

۳) ۲۱

۴) ۲۵۲۰

۲۲- چند عدد ۱۰۰ رقمی با ارقام ۳ و ۶ و ۷ وجود دارد که مضرب ۶ باشد؟

۱) $\sum_{i=0}^{33} 2^{100-3i}\binom{99}{3i}$

۲) $\sum_{i=0}^{33} 2^{100-3i}\binom{100}{3i+1}$

۳) $\sum_{i=0}^{33} 2^{99-3i}\binom{99}{3i}$

۴) $\sum_{i=0}^{33} 2^{99-3i}\binom{100}{3i+1}$

۲۳- دنباله فیبوناچی به‌صورت زیر تعریف می‌شود. باقی‌مانده F_{160} در تقسیم بر ۷ چند است؟

$$\begin{cases} F_0 = 1 \\ F_1 = 1 \\ F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \quad (\forall n \geq 2) \end{cases}$$

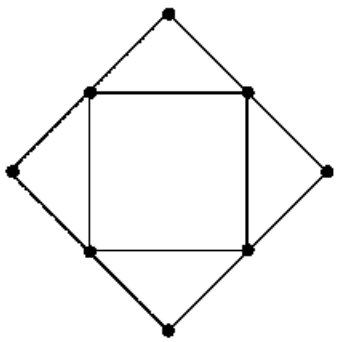
۱) ۱

۲) ۵

۳) ۶

۴) هیچکدام

۲۴- گراف مقابل چند زیردرخت فراگیر دارد؟



۱) 3^4

۲) $3^3 \times 4$

۳) $3^4 \times 4$

۴) $3^3 \times 8$

۲۵- قرض کنید $a^T b = a^T c = 0$، به‌ازای a، b و c بردارهای $n > 1$ بعدی. گزینه درست کدام است؟

۱) a بر $b + c$ متعامد است.

۲) b بر c متعامد است.

۳) b و c وابسته خطی‌اند.

۴) a بر $b + c$ متعامد نیست، ولی بر $b - c$ متعامد است.

۲۶- دستگاه $Ax=b$ که در آن، A، $m\times n$، $n=$ رتبه (A)، و b، $m\times 1$، مدنظر است، گزینه درست کدام است؟

۱) دستگاه می‌تواند جواب نداشته باشد، اگر $m>n$.

۲) اگر دستگاه جواب داشته باشد، آنگاه جواب یکتا دارد.

۳) دستگاه می‌تواند بی‌نهایت جواب داشته باشد، اگر $m>n$.

۴) دستگاه همواره جواب دارد و جواب یکتاست اگر و تنها اگر $m=n$.

۲۷- ماتریس هاوس هولدر، به‌صورت $H(u)=I-\frac{uu^T}{\beta}$، $u\neq 0$، $\beta=\frac{1}{2}u^Tu$ را در نظر بگیرید. اگر $H(u)a=\frac{\|a\|_2}{\|b\|_2}b$ آنگاه باید داشته باشیم .....

۱) $u=a\|b\|_2-\|a\|_2 b$

۲) $\|a\|_2=\|b\|_2$

۳) $a^Tb=0$

۴) $a=\alpha b$ به‌ازای برخی $\alpha\neq 1$

۲۸- کدام‌یک از عبارات زیر نادرست است؟

۱) ماتریس‌های متشابه، مقدار ویژه‌های یکسان دارند.

۲) بردارهای ویژه متناظر با مقادیر ویژه متمایز یک ماتریس، مستقل خطی‌اند.

۳) هر دو ماتریس که دارای مقادیر ویژه یکسان باشند، متشابه‌اند.

۴) اگر مقادیر ویژه A مجزا باشند آنگاه A مشابه یک ماتریس قطری است.

۲۹- اگر $A_0=A$ و $A_{m-1}=Q_{m-1}R_{m-1}$ و $A_m=R_{m-1}Q_{m-1}$ که Q_{m-1} متعامد است آنگاه:

۱) $\det(A_m)=m\det(A)$

۲) مقادیر ویژه A_m و A یکی هستند.

۳) مقادیر ویژه A_m و m برابر مقادیر ویژه A هستند.

۴) مقادیر ویژه A_m و m برابر مقادیر ویژه A_{m-1} هستند.

۳۰- فرض کنید $x=(1,4,9,\ldots,100)^T$ یک بردار از $\mathbb{R}^n$ باشد در این صورت:

۱) $\|x\|_\infty\le\|x\|_1\le\|x\|_2$

۲) $\|x\|_2\le\|x\|_1\le\|x\|_\infty$

۳) $\|x\|_1\le\|x\|_2\le\|x\|_\infty$

۴) $\|x\|_\infty\le\|x\|_2\le\|x\|_1$

۳۱- مرتبهٔ زمانی الگوریتم «Quick Sort تصادفی» در حالت میانگین و در بدترین حالت به‌ترتیب از راست به چپ برابر کدام است؟

۱) $n^2, n\lg n$

۲) $n\lg n, n$

۳) n^2, n^2

۴) $n\lg n, n\lg n$

۳۲- n نقطهٔ روی محیط یک دایره، بدون ترتیب خاصی داده شده است. بهترین زمان برای یافتن نزدیک‌ترین دو نقطه به هم از چه مرتبه زمانی است؟

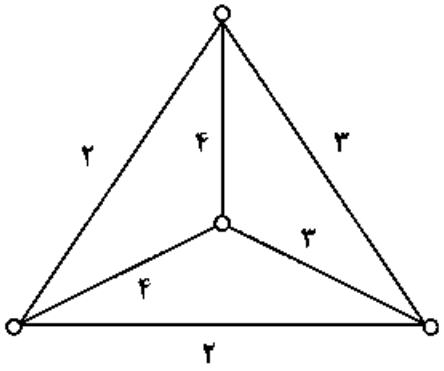
۱) n

۲) $n\lg n$

۳) n^2

۴) $n^2\lg n$

۳۳- پاسخ مسئله فروشنده دوره‌گرد (TSP) روی گراف زیر چند است؟



۱) ۱۰

۲) ۱۱

۳) ۱۲

۴) ۱۳

۳۴- کدام گزینه یک ورودی معتبر برای مسئله $2-SAT$ است؟

۱) $(x_1 \vee x_2) \wedge (x_3 \vee x_4) \wedge (x_5 \vee x_6)$

۲) $(x_1 \wedge x_2) \vee (x_3 \wedge x_4) \vee (x_5 \wedge x_6)$

۳) $(x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (x_4 \vee x_5 \vee x_6)$

۴) $(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3) \vee (x_4 \wedge x_5 \wedge x_6)$

۳۵- بهترین زمان برای حل مسئله زیر در حالتی‌که ورودی به‌صورت ماتریس مجاورت داده شده باشد و در خالت دیگری که همسایه‌های هر رأس به‌صورت لیست پیوندی داده شده باشند، به‌ترتیب از راست به چپ از چه مرتبه‌ای است؟

ورودی: یک گراف G با n رأس.

سؤال: آیا درجه همهٔ رأس‌های G برابر با ۵ است؟

۱) n و n

۲) n و n^2

۳) n^2 و n

۴) n^2 و n^2

۳۶- G یک شبکه (یک گراف جهت‌دار به همراه یک تابع ظرفیت روی یال‌ها و دو رأس s و t از G) است. کدام‌یک از گزاره‌های زیر درست است؟

الف ـ یک جریان از s به t بیشینه است اگر و تنها اگر از ظرفیت همه یال‌های هر برش کمینه G به‌طور کامل استفاده کند.

ب ـ اگر ظرفیت هر یال G را یک واحد افزایش دهیم، مقدار جریان بیشینه به تعداد یال‌های یک برش کمینه افزایش می‌یابد.

۱) فقط الف ۲) فقط ب ۳) هر دو ۴) هیچ‌کدام

۳۷- فرض کنید $b = b_1 b_2 \dots b_n$ یک رشتهٔ n حرفی با یک الفبای Σ باشد. منظور از یک زیردنبالهٔ b، یک رشتهٔ حاصل از حذف برخی حرف‌های b است. (بنابراین b دارای 2^n زیردنباله است.) به‌عنوان مثال xyy یک زیردنبالهٔ zxywyy است اما yx زیردنبالهٔ آن نیست. همچنین منظور از یک رشته متقارن، رشته‌ای است که قرائت آن از چپ برابر با قرائت از راست باشد؛ به‌عنوان مثال $\gamma\alpha\alpha\beta\alpha\alpha\gamma$ متقارن است. طول طولانی‌ترین زیردنبالهٔ متقارن $b_i b_{i+1} \cdots b_j$ را با B[i , j] نشان می‌دهیم. همچنین تعریف می‌کنیم:

$X = \max\{B[i , j-1], B[i-1, j]\}$

$Y = B[i-1 , j+1]$

کدام گزینه برای i و jهایی که $i < j$ درست است؟

۱) $B[i , j] = \begin{cases} X & : \text{اگر } b_i = b_j \\ Y+1 & : \text{اگر } b_i \neq bj \end{cases}$

۲) $B[i , j] = \begin{cases} X+1 & : \text{اگر } b_i = b_j \\ Y+1 & : \text{اگر } b_i \neq bj \end{cases}$

۳) $B[i , j] = \begin{cases} X+1 & : \text{اگر } b_i = b_j \\ Y+2 & : \text{اگر } b_i \neq bj \end{cases}$

۴) $B[i , j] = \begin{cases} X & : \text{اگر } b_i = b_j \\ Y+2 & : \text{اگر } b_i \neq bj \end{cases}$

۳۸- A یک مسئله بله ـ خیر (مسئله تصمیم‌گیری) و عضو کلاس $NP-hard$ است. کدام روش برای حل مسئله A قطعاً پیشنهاد نمی‌شود؟

۱) ارائه الگوریتم تصادفی
۲) تلاش برای اثبات $NP = P$
۳) ارائه الگوریتم تقریبی (تخمینی)
۴) ارائه الگوریتم با زمان بهتر از $\theta(2^n)$

۳۹- تز چرچ ـ تورینگ کدام است؟

الف ـ هر مسئله‌ای که با یک ماشین تورینگ قابل محاسبه باشد، با هر ماشین محاسباتی دیگری هم قابل محاسبه است.

ب ـ هر مسئله‌ای که با یک ماشین محاسباتی قابل محاسبه باشد، با یک ماشین تورینگ هم قابل محاسبه است.

ج ـ همهٔ مسائل دنیا قابل محاسبه با ماشین‌های تورینگ هستند.

۱) فقط الف ۲) فقط ب ۳) فقط ج ۴) الف و ب

۴۰- کدام‌یک از مسائل زیر $NP-hard$ است؟

الف ـ ورودی: اعداد متمایز $a_1, \dots, a_n$ و عدد b.

سؤال: آیا ۱۰۰ عدد متمایز در میان $a_1, \dots, a_n$ وجود دارد که مجموع آنها b شود؟

ب ـ ورودی: اعداد متمایز $a_1, \dots, a_n$ و عدد b.

سؤال: آیا $n-100$ عدد متمایز در میان $a_1, \dots, a_n$ وجود دارد که مجموع آنها b شود؟

۱) فقط الف ۲) فقط ب ۳) هر دو ۴) هیچ‌کدام

۴۱- کدام گزاره یا گزاره‌ها درست است؟

الف ـ همهٔ مسائلی که خروجی آنها یک عدد است، دارای الگوریتم با زمان چندجمله‌ای و دارای ضریب تقریب (تخمین ـ approximation) ثابت هستند.

ب ـ اگر مسئله‌ای دارای الگوریتم با زمان چندجمله‌ای و ضریب تقریب ۳ باشد، دارای الگوریتم با زمان چندجمله‌ای و ضریب تقریب ۲ نیز هست.

۱) فقط الف ۲) فقط ب ۳) هر دو ۴) هیچ‌کدام

۴۲- کدام گزاره یا گزاره‌ها درست است؟

الف ـ اگر A مسئله‌ای باشد که دارای الگوریتم با زمان چندجمله‌ای و ضریب تقریب (تخمین) یک است آنگاه $A \in P$.

ب ـ اگر A مسئله‌ای باشد که دارای الگوریتم با زمان چندجمله‌ای و ضریب تقریب (تخمین) $O(1)$ است آنگاه $A \in P$.

۱) فقط الف ۲) فقط ب ۳) هر دو ۴) هیچ‌کدام

۴۳- G یک گراف با مجموعه رأس‌های V و مجموعه یال‌های E و تابع وزن W روی یال‌هاست. برنامه‌ریزی زیر معادل چه مسئله یا مسائلی است؟

$$\min \sum_{e} W_e x_e$$

$$\forall_{v \in V} \quad \sum_{v \text{ مجاور } e} x_e = ۲$$

$$\forall_{e \in E} \quad x_e \in \{۰, ۱\}$$

الف ـ فروشنده دوره‌گرد (TSP)

ب ـ سبک‌ترین دور همیلتونی G

۱) فقط الف ۲) فقط ب ۳) هر دو ۴) هیچ‌کدام

۴۴- کدام گزاره یا گزاره‌ها درست است؟

الف ـ اگر در الگوریتمی ابتدا ورودی به‌طور کامل داده شود؛ سپس الگوریتم اجرا شود، الگوریتم برخط (Online) است.

ب ـ اگر در الگوریتمی ورودی روی یک شبکه مانند اینترنت در اختیار تعداد زیادی کاربر باشد، الگوریتم برخط (Online) است.

۱) فقط الف ۲) فقط ب ۳) هر دو ۴) هیچ‌کدام

۴۵- مسئله زیر را در نظر بگیرید:

ورودی: اعداد متمایز $a_1, a_2, \cdots, a_n$ که به‌صورت Online و یکی‌یکی اعلام می‌شوند و از ابتدا هم از مقدار n اطلاع نداریم (یعنی نمی‌دانیم ورودی چه هنگام تمام می‌شود.)

خروجی: یکی از a_iها با احتمال برابر (یکی از $a_1, \cdots, a_n$ به‌طوری‌که احتمال انتخاب هر کدام از آنها $\frac{۱}{n}$ باشد.)

حداقل حافظه لازم برای حل این مسئله از چه مرتبه‌ای است؟ (راهنمایی: از این ایده استفاده کنید که با ورود هر a_i، آن را به احتمال $\frac{۱}{i}$ نگه دارید وگرنه نگه ندارید.)

۱) n

۲) $\lg n$

۳) ۱

۴) $n \lg n$