



# دفترچه پاسخ ✓

۶ تیر ۱۳۹۹

عمومی نظام قدیم

رشته تجربی و ریاضی

## طراحان

فاطمه منصورخاکی، حسین رضایی، مجید همایی، درویشعلی ابراهیمی، احمد طریقی، ابراهیم رحمانی-عرب، سیدمحمدعلی مرتضوی، اسماعیل یونس پور، صادق پاسکه، مهدی ترابی، محمد داوریناهی، رضا سرخوش	عربی
محسن کردافشاری، شهرداد محجوبی، شهاب اناری، علی عاشوری، علی شکوهی، رضا کیاسالار، زهره جوادی، نسرين خلفی، مقدم محمدیان، منصور عظیمی، بهرام دستگیری، میرحسین زاهدی، حبیب‌اله سعادت، امیرحسین مراد	زبان انگلیسی

## گزینشگران و ویراستاران به ترتیب حروف الفبا

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	گروه ویراستاری	ویراستاران رتبه‌های برتر	مسئول درس‌های مستندسازی
عربی	فاطمه منصورخاکی	فاطمه منصورخاکی	درویشعلی ابراهیمی، حسین رضایی، اسماعیل یونس پور	—	لیلا ایزدی
زبان انگلیسی	آناهیتا اصغری	نسترن راستگو	محدثه مرآتی	فریبا توکلی	پوریا گرچی

## گروه فنی و تولید

مدیر گروه	فاطمه منصورخاکی
مسئول دفترچه	فرهاد حسین پوری
مستندسازی و مطابقت با مصوبات	مدیر: فاطمه رسولی‌نسب، مسئول دفترچه: لیلا ایزدی
حروف‌نگاری و صفحه‌آرایی	زهرآ تاجیک
نظارت چاپ	سوران نعیمی

## گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

آدرس دفتر مرکزی: خیابان انقلاب - بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن چهار رقمی: ۰۲۱-۶۴۶۳

## عربی ۲ و ۳

## ۱- گزینه ۴

(مسین رضایی)

در این جا «لذی» به معنی «که»، بعد از اسم دارای «ال»، یعنی «اللیذین» ترجمه نمی‌شود، زیرا در جنس (مذکر و مؤنث بودن) با هم مطابقت ندارند، بلکه مستقل از «اللیذین» است و نقش فاعل را دارد.

## تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۱»: «دستان کسی» به صورت مضاف و مضاف‌الیه نادرست است، چون مضاف «ال» نمی‌پذیرد، «الأخری» ترجمه نشده و «حمل می‌شود» نیز صحیح نیست.  
گزینه «۲»: «دست»، «می‌کنند»، «که» و «کنند» نادرست ترجمه شده‌اند.  
گزینه «۳»: «دستان کسی است که» نادرست است.

(ترجمه)

## ۲- گزینه ۲

(درویشعلی ابراهیمی)

«هل تقدیر»: آیا می‌توانی / «أن تصدق»: باور کنی / «سائرة»: حرکت‌کننده‌اند / «مثل سیر السحب»: مانند حرکت ابرها / «كذلك»: این چنین است / «دوران»: چرخش

(ترجمه)

## ۳- گزینه ۱

(مسین رضایی)

«لا تخیر»: خبر نده (فعل نهی) / «سوء عمل»: بدی کردار / «خادعاً»: با نیرنگ (حال) / «یقابل»: پاسخ می‌دهد / «تبقى»: باقی بماند

(ترجمه)

## ۴- گزینه ۱

(ابراهیم رمضانی عرب)

«إن»: اگر (ادات شرط) / «واخفنا»: روبرو بشویم، مواجه بشویم (فعل شرط) / «مصاعب الحیاة»: دشواری‌های زندگی، سختی‌های زندگی / «الشباب»: جوانی / «سنصبح»: خواهیم شد (جواب شرط) / «أكثر صبراً»: صبورتر («صبراً»: تمییز) / «الشیب»: سالخوردگی، پیری

(ترجمه)

## ۵- گزینه ۳

(سیرمهمعلی مرتضوی)

ترجمه درست عبارت این گزینه، چنین است: «و مردم فراموش نمی‌کنند که پیشرفت علمی در این زمینه،»

(ترجمه)

## ۶- گزینه ۲

(فاطمه منصورفاکی)

ترجمه عبارت اول در این گزینه: «هیچ خبری در دوستی با انسان دورو نیست!» و ترجمه عبارت مقابل آن: «هیچ فایده‌ای در آرزوهای متنوع، بدون تلاش برای انسان وجود ندارد»، که این دو عبارت با یکدیگر تناسب مفهومی ندارند.

(درک مطلب و مفهوم)

## ۷- گزینه ۳

(سارق پاسکه)

در جملات شرطی، دو فعل به عنوان فعل شرط و جواب شرط، مجزوم می‌شوند.

## تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۱»: با توجه به مذکر بودن فعل «لا یجتهد»، ضمیر «ها» در «حیاتها» نیز باید مذکر باشد. «مشکلات صغیره» نیز نکره و نادرست است.

گزینه «۲»: «یجد طریقه» درست نیست و «زندگی» در تعریف نیامده است.

گزینه «۴»: «قلیل من المشكلات» تعریف دقیقی برای «مشکلات اندک» نیست.

(تعریب)

## ۸- گزینه ۳

(فاطمه منصورفاکی)

«یازده روز قبل»: قبل أحد عشر يوماً / «سه مقاله»: ثلاث مقالات / «برای روزنامه‌ای»: لصحیفه (نکره) / «فرستادم»: أرسلت (فعل ماضی) / «امروز»: الیوم / «در آن»: فیها (ضمیمه «ها» به «صحیفه» که مؤنث است، برمی‌گردد.) / «چاپ شدند»: طُبعت (در این جا) (فعل ماضی مجهول) (تعریب)

## ترجمه متن درک مطلب:

«قلب کارهای روزانه‌اش را به‌وسیله عضلاتش انجام می‌دهد. انسان در این دنیا با دشمنان مختلف همچون بیماری‌ها محاصره شده است. بیماری‌های قلب بیش‌تر از سایر بیماری‌ها در تمام کشورها منتشر می‌شوند.

دشمن اول برای قلب انسان همان زیادی کلسترول است که خطری را برای انسان در بعضی مواقع باعث می‌شود. دشمن دوم برای قلب انسان همان بالا رفتن فشار خون است. دشمن سوم همان مصرف دخانیات است که بر تپش‌های قلب تأثیر می‌گذارد و اما دشمن آخر همان نداشتن فعالیت بدنی و کم‌حرکی‌ای است که عضله‌های قلب را ضعیف می‌کند. بدان که ورزش عضله‌های قلب را نیرومند می‌کند!

## ۹- گزینه ۴

(مهمم داورپناهی - پیروز)

با توجه به متن، عبارت «زیادی کلسترول همیشه خطری را برای انسان باعث می‌شود!» نادرست است، زیرا در متن گفته شده «بعض الأحيان: بعضی وقت‌ها».

## تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۱»: «بیماری‌های قلب به تمام کشورهای جهان اختصاص می‌یابد!» درست است.  
گزینه «۲»: «کلسترول ماده‌ای است که بدن به آن نیاز دارد!» درست است.  
گزینه «۳»: «فعالیت بدنی از دلایل سلامت قلب است!» درست است.

(درک مطلب مفهوم)

## ۱۰- گزینه ۲

(مهمم داورپناهی - پیروز)

بر اساس آن چه در متن آمده است از دلایل تأثیر منفی بر تپش‌های قلب، گرایش به استعمال دخانیات است.

## تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۱»: در متن «کم تحرکی و عدم فعالیت بدنی» از علت‌های تأثیر منفی بر تپش‌های قلب عنوان نشده است.

گزینه «۳»: در متن «زیادی کلسترول به شکل طبیعی» از علت‌های تأثیر منفی بر تپش‌های قلب نیست.

گزینه «۴»: در متن «بالا رفتن فشار خون» را از علت‌های تأثیر منفی بر تپش‌های قلب بیان نکرده است.

(درک مطلب مفهوم)

## ۱۱- گزینه ۴

(مهمم داورپناهی - پیروز)

عنوان مناسب برای این متن، همان «سلامتی» قلب است.

ترجمه سایر گزینه‌ها به ترتیب: تپش‌ها و استعمال دخانیات

(درک مطلب مفهوم)

## ۱۲- گزینه ۳

(مهمم داورپناهی - پیروز)

بر اساس متن، «انسان در این دنیا با بیماری‌های مختلف محاصره شده است!»

## تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۱»: «وجود کلسترول هیچ فایده‌ای در بدن ندارد!» نادرست است.

گزینه «۲»: «قلب کارهای روزانه‌اش را به‌وسیله تپش‌های قلب انجام می‌دهد!» نادرست است.

گزینه «۴»: «بیماری‌های قلب به کشورهای جهان سوم اختصاص دارد!» نادرست است.

(درک مطلب مفهوم)

## ۱۳- گزینه ۲

(فاطمه منصورفاکی)

حرکت‌گذاری کل عبارت: «تَنْتَشِرُ أَمْرَاضَ الْقَلْبِ أَكْثَرَ مِنْ سَائِرِ الْأَمْرَاضِ فِي جَمِيعِ الْبُلْدَانِ!» «أمراض» مضاف است و تنوین را نمی‌پذیرد (أمراض).

(حرکت‌گذاری)



## ۱۴- گزینه «۴»

(فاطمه منصورفاکی)

حرکت گذاری کل عبارت: «الْعَدُوُّ التَّانِي لِقَلْبِ الْإِنْسَانِ هُوَ ارْتِفَاعُ ضَغْطِ الدَّمِ، الْعَدُوُّ التَّالِثُ هُوَ التَّدْخِينُ الَّذِي يُؤْتَرُّ عَلَى نَبْضَاتِ الْقَلْبِ!»  
«التَّالِثُ» صفت برای «العدو» است و باید به تبعیت از آن مرفوع باشد (التَّالِثُ).

(حرکت گذاری)

## ۱۵- گزینه «۴»

(فاطمه منصورفاکی)

## تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۱»: «من باب إنفعال» نادرست است.

گزینه «۲»: «مبني» نادرست است.

گزینه «۳»: «مبني للمجهول» و «ثائب فاعله «أمرأض»» نادرست‌اند.

(تلیل صرخی و نوی)

## ۱۶- گزینه «۴»

(فاطمه منصورفاکی)

## تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۱»: «من باب تفعّل» نادرست است.

گزینه «۲»: «مبني للمجهول» و «ثائب فاعله «عضلات»» نادرست‌اند.

گزینه «۳»: «لازم» نادرست است.

(تلیل صرخی و نوی)

## ۱۷- گزینه «۳»

(فاطمه منصورفاکی)

## تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۱»: «ممنوع من الصرف» نادرست است.

گزینه «۲»: «معرفّ بالإضافة» و «صفة و مجرور بالتبعية من موصوفه» نادرست‌اند.

گزینه «۴»: «صفة و مجرور بالتبعية من موصوفه» نادرست است.

(تلیل صرخی و نوی)

## ۱۸- گزینه «۲»

(اسماعیل یونس‌پور)

با توجه به این‌که خبر افعال ناقصه (وائقین) جمع مذکر است، مشخصاً باید در جاهای خالی فعل‌هایی قرار گیرند که جمع مذکر باشند و تنها فعل‌های «أدْعُوا» و «كُونُوا» که هر دو فعل امر و جمع مذکر مخاطب هستند، برای جاهای خالی مناسب‌اند.

## تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۱»: «أدْعُ» و «كُنْ» برای مفرد مذکر مخاطب هستند.

گزینه «۳»: «أدْعُونَ» و «كُنْ» برای جمع مؤنث مخاطب هستند.

گزینه «۴»: «يَدْعُونَ» و «يَكُونُ» مفرد مذکر غایب هستند.

(معتلات)

## ۱۹- گزینه «۱»

(اسماعیل یونس‌پور)

از بین انواع «مَنْ» موجود در زبان عربی تنها اسم موصول، معرفه است و در این گزینه «مَنْ» اسم موصول و مبتدأست و «حاضِرٌ» خبر مفرد می‌باشد و چون «حاضِرٌ» فعل نیست، جمله نمی‌تواند شرطی باشد.

## تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۲»: جمله شرطی است و «مَنْ» اسم شرط و نکره است و «تَعَلَّمَ» و «نَجَحَ» به ترتیب فعل شرط و جواب شرط هستند.

گزینه «۳»: «مَنْ» اسم استفهام و نکره است (چه کسی به کتابخانه رفت و کتاب فیزیک را از مسؤول کتابخانه گرفت؟).

گزینه «۴»: در این عبارت «مَنْ» به کار نرفته و «مَنْ» حرف جر است.

(تواعر اسم)

## ۲۰- گزینه «۱»

(سراسری زبان- ۹۱، با تغییر)

«المعالي»: اسم منقوص مفعول به و منصوب به اعراب ظاهری می‌باشد. (در اسم منقوص حرکت رفع و جر تقدیری است.)

## تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۲»: «المعاصي»: فاعل و تقدیراً مرفوع است.

گزینه «۳»: «القاضي»: فاعل و تقدیراً مرفوع است.

(«ی» در اسم منقوص نکره مرفوع و مجرور حذف می‌شود و به جای آن تنوین جر می‌آید و اعرابش تقدیری است.)

گزینه «۴»: «المعتدي»: فاعل و تقدیراً مرفوع است.

(انواع اعراب)

## ۲۱- گزینه «۲»

(ابراهیم رمانی‌عرب)

فاعل با صفت و مضاف‌الیه آن (أبوک الفاضل) حذف شده و مفعول به جای فاعل به نام نایب فاعل آمده و مرفوع شده، صفت آن نیز به پیروی از موصوف خود مرفوع شده و فعل جمله به صورت صحیح، مجهول شده است.

## تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۱»: فاعل با مضاف‌الیه آن حذف نشده، بلکه مفعول به صورت اشتباه حذف شده که مجهول آن عبارت است از: «أَكْرَمْتُمْ فِي الْمَدْرَسَةِ».

گزینه «۳»: فعل باید به صیغه‌ی مفرد مذکر غایب مجهول و هم‌زمان با جمله معلوم باشد (يُنْصَرُّ)، مفعول (التلاميذ) نیز به اشتباه حذف شده است.

گزینه «۴»: «أخوان» مضاف به ضمیر «ی» شده است و اسم‌های مثنی و جمع مذکر هرگاه مضاف واقع شوند باید «ن» آن‌ها حذف شود.

(انواع هملاط)

## ۲۲- گزینه «۳»

(سراسری انسانی- ۹۲)

در گزینه «۱»، «لا»، حرف نافی فعل مضارع می‌باشد، در گزینه «۲»، «لا» حرف عطف و در گزینه «۴»، «لا» حرف نافی فعل مضارع است.

(انواع هملاط)

## ۲۳- گزینه «۴»

(مسعود مومری)

در این گزینه، کلمه «عند» بر مکان وقوع فعل دلالت می‌کند و مفعول فیه می‌باشد. در سایر گزینه‌ها به ترتیب: «صباح، عند، إذا» ظروف زمان می‌باشند.

(منصوبات)

## ۲۴- گزینه «۱»

(ر.روشنعلی ابراهیمی)

کلمه «ولاد» مفعول به اول برای فعل دومفعولی «أَلْبَسْتُ» است و کلمه «مبتسمين» حال مفرد و منصوب با علامت اعراب فرعی «یاء» است.

## تشریح گزینه‌های دیگر

گزینه «۲»: «انتخب» عناوین کتابی واضحاً» درست است.

گزینه «۳»: «أرسلت أبناءها إلى المعركة مكثرين!» درست است.

گزینه «۴»: «لا أنسى بكاء طفلي شديداً» درست است.

(منصوبات)

## ۲۵- گزینه «۳»

(صارق پاسک)

در این گزینه فاعل فعل «لا يتقدم» حذف شده است و اگر حرف «إلى» حذف شود «المجدون» فاعل فعل «لا يتقدم» خواهد شد.

(منصوبات)



## زبان انگلیسی ۳ و پیش‌دانشگاهی

## ۲۶- گزینه «۲»

(مسن کرافشاری)

ترجمه جمله: «لبه‌های کیک سوخته است. حتماً مدت زیادی در فر بوده است.»

نکته مهم درسی

ساختار "must have p.p" بیانگر اطمینان و یقین کامل و نتیجه‌گیری منطقی از انجام کاری در زمان گذشته است.

(گرامر)

## ۲۷- گزینه «۳»

(مسن کرافشاری)

ترجمه جمله: «ودخانه‌ها و دریاهاى زیادی از آغاز عصر صنعتی مدرن آلوده شده‌اند.»

نکته مهم درسی

از زمان حال کامل (have+p.p.) برای بیان کاری استفاده می‌شود که از گذشته آغاز شده و اثر آن تا زمان حال باقی است. چون بعد از جای خالی مفعول به کار نرفته و فعل "pollute" یک فعل متعدی است، بنابراین واژه قبل از جای خالی مفعول بوده و ساختار جمله در زمان حال کامل مجهول خواهد بود:

Subject + have / has + p.p. + ...

ضمناً "since" نشانه شروع و مبدأ زمان و نشانه حال کامل نیز است.

(گرامر)

## ۲۸- گزینه «۴»

(شورا مپیور)

ترجمه جمله: «اگرچه زبان متون علمی را می‌توانم متوجه شوم، باید هنگام خواندن آن‌ها سخت تمرکز داشته‌باشم.»

نکته مهم درسی

با توجه به مفهوم جمله از ربط دهنده "although" (اگرچه) برای بیان تضاد مغایرت شدید و غیرمنتظره و از ربط دهنده "while" (در حالی که، هنگامی که) برای بیان مغایرت در این‌جا برای بیان زمان جمله که حالت انجام آن استمراری است، استفاده می‌شود.

(گرامر)

## ۲۹- گزینه «۱»

(شورا مپیور)

ترجمه جمله: «در طول هفته آن قدر سخت کار می‌کنم که در آخر هفته، خسته‌تر از آنم که کار دیگری انجام دهم.»

نکته مهم درسی

بعد از ربط‌دهنده "so" ابتدا صفت یا قید حالت و معمولاً کلمه موصولی "that" به کار برده می‌شود و بعد از ربط‌دهنده "too" ابتدا صفت یا قید حالت (غالباً با مفهوم منفی) و سپس مصدر (فعل + to) استفاده می‌شود.

(گرامر)

## ۳۰- گزینه «۳»

(شواب اناری)

ترجمه جمله: «پاک‌کن‌های خوب بسیار نرم هستند برای این که بتوانند به کاغذ آسیب برسانند اما به اندازه کافی سخت هستند که به هنگام استفاده به تدریج خرد می‌شوند.»

نکته مهم درسی

با توجه به نحوه به کار بردن مصدر بعد از ساختار "too"، مفهوم جمله و وجود اسم "paper" بعد از جای خالی از گزینه «۳» استفاده می‌کنیم.

(گرامر)

## ۳۱- گزینه «۳»

(شواب اناری)

ترجمه جمله: «دخترم در گفتار خود مشکل دارد که بیان کردن صریح منظورش را برایش سخت کرده است.»

- (۱) انتظار داشتن  
(۲) پذیرفتن  
(۳) بیان کردن  
(۴) احترام گذاشتن

(واژگان)

## ۳۲- گزینه «۳»

(شواب اناری)

ترجمه جمله: «ماست به‌اندازه یک لیوان شیر ارزش غذایی دارد؛ با این وجود، کسانی که رژیم غذایی می‌گیرند و متخصصان غذایی ادعا می‌کنند که نشان داده شده است ماست، خطر ابتلا به بیماری قلبی را کاهش می‌دهد.»

- (۱) تغذیه شیمیایی  
(۲) هزینه غذایی  
(۳) ارزش غذایی  
(۴) تغذیه بدنی

(واژگان)

## ۳۳- گزینه «۱»

(میرمسین زاهری)

ترجمه جمله: «برای موفق شدن در مأموریت خود، باید سرسپردگی (وقف) قاطعانه به هدف خود داشته باشید.»

- (۱) وقف، سرسپردگی  
(۲) تخریب  
(۳) شرح، توصیف  
(۴) تعریف

(واژگان)

## ۳۴- گزینه «۲»

(میرمسین زاهری)

ترجمه جمله: «این ثابت شده است که بسیاری از افرادی که از خستگی عمومی رنج می‌برند می‌توانند از ورزش بیشتر به‌جای استراحت بیشتر بهره‌مند شوند.»

- (۱) جلوگیری کردن  
(۲) رنج بردن  
(۳) کاهش دادن  
(۴) حفاظت کردن

(واژگان)

## ۳۵- گزینه «۲»

(علی عاشوری)

ترجمه جمله: «مردم ملزم هستند زیاده‌خانی‌شان را اول شب بیرون بگذارند تا این‌که تا نیمه شب جمع‌آوری شود.»

- (۱) زست، وضع  
(۲) زیاده  
(۳) وسیله  
(۴) مد

(واژگان)

## ۳۶- گزینه «۴»

(علی عاشوری)

ترجمه جمله: «اگرچه رئیس‌جمهور و نخست‌وزیرش از نظر فکری دقیقاً در دو قطب مخالف هم قرار دارند، خیلی خوب با هم کنار می‌آیند و خیلی کارآمدتر با هم کار می‌کنند.»

- (۱) موضوع، مسئله  
(۲) کاوش، کارگر  
(۳) حق  
(۴) قطب

(واژگان)

## ۳۷- گزینه «۱»

(علی عاشوری)

ترجمه جمله: «دعاهایی هست که ساختن (جعل) خبر توسط خبرگزاری‌های محلی کاملاً شایعه بود و ناشر آن قصد دارد تا آن‌جایی که ممکن است هر چه زودتر منبع خبر را رد اختیار عموم بگذارد.»

- (۱) تولید کردن، ساختن  
(۲) پیش‌گویی کردن  
(۳) احداث کردن  
(۴) فسیل کردن، فسیل شدن

(واژگان)



## ترجمه متن کلوزتست:

از قرن‌های گذشته امید به زندگی به سرعت افزایش یافته است. آمارها نشان می‌دهد که در جهان فقیر پیش از مدرنیته، امید به زندگی در همه مناطق جهان حدود ۳۰ سال بود. در اوایل قرن نوزدهم، امید به زندگی در کشورهای صنعتی اولیه شروع به افزایش کرد، در حالی که در سایر دنیا پایین باقی‌ماند. این امر منجر به نابرابری بسیار بالایی در این که بهداشت (سلامتی) چگونه در جهان توزیع شده بود، گشت. در دهه‌های اخیر، این نابرابری جهانی کاهش یافت. کشورهایی که چندی پیش شرایط بهداشتی نامناسبی داشتند، به سرعت ارتقا می‌یابند. میانگین جهانی امید به زندگی اکنون نزدیک ۷۰ سال است. هیچ کشوری در جهان امید به زندگی کم‌تری نسبت به کشورهای بالاترین امید به زندگی در دهه ۱۸۰۰ ندارد.

## ۳۸- گزینه ۳»

- (۱) دسترسی داشتن  
(۲) فراهم کردن  
(۳) نشان دادن، دلالت داشتن  
(۴) درگیر کردن
- (علی شکوهی) (کلوزتست)

## ۳۹- گزینه ۱»

- (۱) منطقه  
(۲) جنبه  
(۳) وجود، زندگی  
(۴) اقلیم
- (علی شکوهی) (کلوزتست)

## ۴۰- گزینه ۴»

- نکته مهم درسی**  
"while" کلمه ربط بیان‌کننده تضاد مستقیم است و بعد از آن باید یک جمله کامل (... + فعل + فاعل) به کار رود که این ترتیب فقط در گزینه «۴» به درستی رعایت شده است.
- (علی شکوهی) (کلوزتست)

## ۴۱- گزینه ۲»

- (۱) شهری  
(۲) جهانی  
(۳) روستایی  
(۴) پرت‌کننده حواس
- (علی شکوهی) (کلوزتست)

## ۴۲- گزینه ۴»

- (۱) اتفاق غیرعادی  
(۲) تجربه شخصی  
(۳) احساس عاطفی  
(۴) شرایط بهداشتی نامناسب
- (علی شکوهی) (کلوزتست)

## ترجمه متن ۱:

زباله و انتخاب ما برای چگونگی مدیریت آن، بر محیط جهان ما تأثیر می‌گذارد - این محیط زیست شماست. محیط زیست تمام چیزهایی است که در اطراف شما وجود دارد مانند هوا، آب، زمین، گیاهان و چیزهای ساخته‌شده توسط انسان و از آن‌جا که تاکنون احتمالاً دریافته‌اید که برای سلامتی و خوشبختی خود به یک محیط سالم نیاز دارید، می‌توانید درک کنید که چرا مدیریت مؤثر زباله برای شما و سایر افراد بسیار مهم است. زباله‌ای که تولید می‌کنیم باید با دقت کنترل شود تا مطمئن شویم که به محیط زیست و سلامتی شما آسیب نمی‌رساند.

زباله هر چیزی است که ما دور می‌اندازیم یا از شر آن خلاص می‌شویم، چیزی که دیگر استفاده نمی‌شود. چگونه می‌توانید کمک کنید؟ با یادگیری و تمرین سه روش مدیریت پسماند می‌توانید کمک کنید: کاهش، استفاده مجدد و بازیافت! انجام هر روزه این سه فعالیت نه تنها برای یک محیط سالم مهم است بلکه می‌تواند سرگرم‌کننده نیز باشد. پس بیایید همین حالا یک دقیقه وقت بگذاریم تا در مورد مدیریت پسماند بیشتر بدانیم، بنابراین شما می‌توانید به یک بازیگر کلیدی در ساخت جهان ما به مکانی امن و سالم تبدیل شوید.

مأموریت بازیافت شما غیرممکن نیست! در واقع، این بسیار ساده است: هر چیزی را که می‌تواند بازیافت شود، دور نریزید. بخش اصلی از «کاهش» زباله‌ها «حفاظت» است - استفاده خردمندانه از منابع طبیعی و استفاده کمتر از حد معمول برای جلوگیری از اتلاف. شما می‌توانید به‌جای دور ریختن مواد، مجدداً از آن‌ها در فرم اصلی خود استفاده کنید، یا آن مواد را به افرادی بدهید که می‌توانند از آن‌ها نیز استفاده کنند!

کرم‌ها می‌توانند غذای قدیمی ما را به غذای گیاهی تبدیل کنند. به این عمل "vermicomposting" گفته می‌شود. "Vermicomposting" می‌تواند سرگرم‌کننده باشد، اما برای سیاره ما نیز مفید است.

## ۴۳- گزینه ۳»

- (امیرمسین مرار) ترجمه جمله: «متن چه چیزی را فهرست می‌کند؟»  
«راه‌هایی که می‌توانیم از موادی استفاده کنیم که برای محیط زیست بهتر باشد.»  
(درک مطلب)

## ۴۴- گزینه ۱»

- (امیرمسین مرار) ترجمه جمله: «حیوانات می‌توانند به ما در محدود کردن زباله‌مان کمک کنند. چه اطلاعاتی از متن به بهترین وجه از این جمله را تأیید می‌کند؟»  
«کرم‌ها می‌توانند غذای قدیمی ما را به غذای گیاهی تبدیل کنند.»  
(درک مطلب)

## ۴۵- گزینه ۱»

- (امیرمسین مرار) ترجمه جمله: «چگونه می‌توان تأثیر زباله‌ها بر سلامتی محیط ما را به بهترین وجه توصیف کرد؟»  
«هرچه ضایعات بیشتری تولید کنیم، به سلامتی محیط زیست ما بیش‌تر آسیب می‌رساند.»  
(درک مطلب)

## ۴۶- گزینه ۳»

- (امیرمسین مرار) ترجمه جمله: «ایده اصلی این متن چیست؟»  
«ما می‌توانیم زباله‌های خود را به روش‌های مختلف محدود کنیم تا بتوانیم محیط زیست را سالم نگه داریم، از جمله با کاهش، استفاده مجدد و بازیافت.»  
(درک مطلب)

## ترجمه متن درک مطلب ۲:

دانشمندان در حال بررسی مرغ‌های مگس‌خوار هستند تا به اطلاعات بیشتری درباره نحوه زندگی و مسیرهای مهاجرتی که دنبال می‌کنند، دست یابند. یکی از چیزهایی که آن‌ها نگران هستند تغییر اقلیم است. در طول مسیرهای مهاجرت مرغ‌های مگس‌خوار، گیاهان مختلف به موقع شکوفا می‌شوند تا این مسافران گرسنه بتوانند وعده‌های غذایی خود را بخورند. چه می‌شود اگر در بهار دمای گرم‌تر باعث شکوفا شدن گل‌ها زودتر از حد معمول شود؟ شکوفا شدن گل‌ها می‌تواند قبل از رسیدن مرغ‌های مگس‌خوار، پایان یابد. نبود گل به معنی نبود شهد است. این امر چه تأثیری بر مهاجرت مرغ‌های مگس‌خوار و حتی بقای آن‌ها خواهد داشت؟

دانشمندان تنها کسانی نیستند که مجذوب این پرندگان پرکار می‌شوند! بسیاری از افراد با کاشت گل‌هایی که مرغ‌های مگس‌خوار آن‌ها را دوست دارند آن‌ها را به حیاط‌ها و پارک‌های خود جذب می‌کنند. برخی دیگر ظرف‌های مخصوص غذا برای مرغ‌های مگس‌خوار آویزان می‌کنند. و آنها نیز به تحقیقات علمی کمک می‌کنند. در سرتاسر قاره آمریکا، بسیاری از افراد مرغ‌های مگس‌خوار را پیگیری می‌کنند و نتایج را به دانشمندان گزارش می‌دهند. شما هم می‌توانید! با شرکت در پروژه «مرغ‌های مگس‌خوار در خانه» یک شهروند دانشمند شوید. این وب‌سایت را بررسی کنید تا دریابید که چگونه می‌توانید مهاجرت بهاری از مرغ‌های مگس‌خوار را دریایی کرده، گزارش دهید و دنبال کنید:

[hummingbirdsathome.org](http://hummingbirdsathome.org)

## ۴۷- گزینه ۳»

- (امیرمسین مرار) ترجمه جمله: «کلمه "fascinated" در پاراگراف ۲ از نظر معنایی نزدیک به "interested" (مجدوب) است.»  
(درک مطلب)

## ۴۸- گزینه ۲»

- (امیرمسین مرار) ترجمه جمله: «این متن چه چیزی را توصیف می‌کند؟»  
«چگونگی تأثیر تغییرات اقلیمی را در مسیرهای مهاجرت مرغ‌های مگس‌خوار و آن‌چه می‌توانیم برای کمک به آن‌ها انجام دهیم، شرح می‌دهد.»  
(درک مطلب)

## ۴۹- گزینه ۱»

- (امیرمسین مرار) ترجمه جمله: «دانشمندان تنها کسانی نیستند که مجذوب این پرندگان پرکار هستند!»  
«چه مدرکی از متن این گفته را تأیید می‌کند؟»  
«بسیاری از افراد با کاشت گل‌هایی که مرغ‌های مگس‌خوار دوست دارند آن‌ها را به حیاط‌ها و پارک‌های خود جذب می‌کنند.»  
(درک مطلب)

## ۵۰- گزینه ۳»

- (امیرمسین مرار) ترجمه جمله: «"Others" (دیگران) در پاراگراف ۲ به چه چیزی بر می‌گردد؟»  
«افراد دیگر»  
(درک مطلب)

ریاضیات

۵۱- گزینه «۳»

(میانبش نیکنام)

$$A = \frac{(\sqrt{2})^3 + 3^3}{\sqrt{2} + 3} + 3\sqrt{2} = \frac{(\sqrt{2} + 3)(2 - 3\sqrt{2} + 9)}{(\sqrt{2} + 3)} + 3\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow A = 11 \Rightarrow (A+1)^{\frac{1}{2}} = 12^{\frac{1}{2}} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

۵۲- گزینه «۱» (یاسین سپهر)

$$\log_2 a + \log_2 (a-1) + \log_2 4 = 3 \Rightarrow \log_2 (a(a-1) \times 4) = 3$$

$$\Rightarrow 4a(a-1) = 2^3 \Rightarrow a(a-1) = 2$$

$$\Rightarrow a^2 - a - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 2 \\ a_2 = -1 \text{ غ.ق.} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \log_a 8 = \log_2 8 = \log_2 2^3 = 3 \log_2 2 = 3$$

۵۳- گزینه «۴»

(میلاد سبازی لاریبانی)

با توجه به نمودار، چون فاصله  $\max$  و  $\min$  متوالی برابر ۱ است، دوره تناوب تابع برابر ۲ می‌باشد.

$$T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = 2 \Rightarrow b = \pm 1$$

چون نمودار  $\sin$  بعد از محور  $y$  صعودی است، باید ضریب پشت  $\sin$  مثبت باشد، پس  $b = -1$  است. هم‌چنین بیشترین مقدار تابع برابر ۳ می‌باشد.

$$y = a + 2\sin(\pi x) \xrightarrow{\max[\sin(\pi x)]=1} y = a + 2 = 3 \Rightarrow a = 1$$

$$\Rightarrow a + b = 0$$

۵۴- گزینه «۱»

(یاسین سپهر)

$$a_5 = 23 \Rightarrow a_1 + 4d = 23$$

$$a_{11} = 47 \Rightarrow a_1 + 10d = 47$$

$$\Rightarrow 6d = 24 \Rightarrow d = 4, a_1 + 16 = 23 \Rightarrow a_1 = 7$$

$$S_{13} = \frac{13}{2}(2 \times 7 + 4(13-1)) = \frac{13}{2}(14 + 48) = 403$$

۵۵- گزینه «۳»

(فرنود فارسی‌بانی)

نمودار تابع  $f(x)$ ، یک سهمی است که مختصات رأس آن  $S \begin{pmatrix} b \\ \frac{2a}{\Delta} \\ \frac{c}{4a} \end{pmatrix}$  است.

بیشترین مقدار تابع در رأس سهمی اتفاق می‌افتد. پس عرض رأس سهمی

یعنی  $-\frac{\Delta}{4a}$  باید برابر ۳ باشد.

$$\Delta = 4 - 4(a)(-a+1) = 4 + 4a^2 - 4a$$

$$\Rightarrow \frac{-\Delta}{4a} = -\frac{4 + 4a^2 - 4a}{4a} = -a + 1 - \frac{1}{a}$$

$$\frac{-\Delta}{4a} = 3 \Rightarrow -a + 1 - \frac{1}{a} = 3 \Rightarrow -a^2 - 1 = 2a \Rightarrow a^2 + 2a + 1 = 0$$

$$\Rightarrow a = -1$$

۵۶- گزینه «۳» (میانبش نیکنام)

$$\sqrt{4x+1} = 5 - 2\sqrt{3-x}$$

$$\xrightarrow{\text{توان } 2} 4x+1 = 25 + 4(3-x) - 20\sqrt{3-x}$$

$$\Rightarrow 20\sqrt{3-x} = -8x + 26 \xrightarrow{+4} 5\sqrt{3-x} = -2x + 9$$

$$\xrightarrow{\text{توان } 2} 25(3-x) = 4x^2 - 36x + 81 \Rightarrow 4x^2 - 11x + 6 = 0$$

معادله بالا ۲ جواب حقیقی دارد که مجموع آن‌ها برابر است با  $\frac{11}{4}$ .

۵۷- گزینه «۳» (وفیر ون آباری)

با استفاده از تغییر متغیر  $t = x^2 + 2x + 1$  داریم:

$$y = \left[ \frac{t+3}{t+1} \right] = \left[ 1 + \frac{2}{t+1} \right]$$

$$t \geq 0 \Rightarrow t+1 \geq 1 \Rightarrow 0 < \frac{1}{t+1} \leq 1 \Rightarrow 0 < \frac{2}{t+1} \leq 2 \quad \text{حال داریم:}$$

$$\Rightarrow 1 < 1 + \frac{2}{t+1} \leq 3 \Rightarrow \left[ 1 + \frac{2}{t+1} \right] = 1, 2 \text{ یا } 3$$

مجموع اعضای برد برابر ۶ است.

۵۸- گزینه «۴» (علی سلامت)

ابتدا برای محاسبه  $g(y)$  در تساوی  $f^{-1}(x) = g(4x-1)$  به جای  $x$  عدد ۲ را قرار می‌دهیم:

$$f^{-1}(x) = g(4x-1) \xrightarrow{x=2} f^{-1}(2) = g(7)$$

در تساوی  $(hofog)(y) = 0$  به جای  $g(y)$ ،  $f^{-1}(2)$  را قرار می‌دهیم و

طبق  $f^{-1}(x) = g(4x-1) \xrightarrow{x=2} f^{-1}(2) = g(7)$  آن را به صورت زیر ساده می‌کنیم:

$$h(f(g(y))) = h(f(f^{-1}(2))) = h(2) \Rightarrow h(2) = 0$$

حال از آنجایی که  $y = h(x)$  تابعی یک‌به‌یک است، برای یافتن صفرهای

$y = h(2x^2 + 5x + 4)$  کافی است به صورت زیر عمل کنیم:

$$2x^2 + 5x + 4 = 2 \Rightarrow 2x^2 + 5x + 2 = 0 \xrightarrow{\Delta > 0} \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{2}{2}$$

(میلار منصوری)

گزینه «۳» ۶۲

چون  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 + x - 2} = 3$  است، و از آنجا که وقتی  $x \rightarrow 1$  مخرج این

کسر صفر می‌شود، پس حتماً صورت آن نیز باید صفر باشد:

$$1 + a + b = 0 \Rightarrow a + b = -1$$

بنابراین،  $x^2 + ax + b$  دارای عاملی به صورت  $(x-1)(x+m)$  است.

داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+m)}{(x+2)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+m}{x+2} = \frac{1+m}{3} = 3 \Rightarrow m = 8$$

یعنی  $x^2 + ax + b = (x-1)(x+8) = x^2 + 7x - 8$  پس  $a = 7$

و  $b = -8$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 7x}{x^2 - 8x + 56} = \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x(x-7)}{x(x-7)} = \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x}{x} = \frac{7}{8}$$

(سعید علم‌پور)

گزینه «۳» ۶۳

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} [x^x - 1] = [(-1)^-] = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos 2x}{ax^2} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2 \sin^2 x}{ax^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2}{a} \left( \frac{\sin x}{x} \right)^2 = \left( \frac{2}{a} \right) (1)^2 = \frac{2}{a}$$

$$\xrightarrow{\text{برابری حدهای چپ و راست}} \frac{2}{a} = -2 \Rightarrow a = -1$$

$$\xrightarrow{\text{پیوستگی}} 3a + b = -2 \xrightarrow{a=-1} b = 1$$

$$\Rightarrow a + b = 0$$

(کاظم ابلالی)

گزینه «۱» ۶۴

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{\sqrt{n^2+1} + \sqrt{n^2+2}} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{2n} = \frac{1}{2}$$

دنباله، همگرا به  $\frac{1}{2}$  است، پس کران‌دار است.

دنباله را به شکل زیر می‌نویسیم:

$$a_n = \frac{n}{\sqrt{n^2+1} + \sqrt{n^2+2}} = \frac{\frac{n}{n}}{\frac{\sqrt{n^2+1}}{n} + \frac{\sqrt{n^2+2}}{n}}$$

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{n^2}} + \sqrt{1+\frac{2}{n^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{n^2}} + \sqrt{1+\frac{2}{n^2}}}$$

واضح است که با افزایش  $n$ ، مقدار مخرج کسر کاهش و مقدار جملات

دنباله افزایش می‌یابد، پس دنباله صعودی است.

(علی سلامت)

گزینه «۲» ۵۹

ابتدا دو کسر موجود در عبارت  $A$  را هم مخرج کرده و سپس به کمک

$$\text{رابطه } \sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x \text{ می‌کنیم:}$$

$$A = \frac{\sin 22/5^\circ + \cos 22/5^\circ}{\sin 22/5^\circ \cdot \cos 22/5^\circ} = \frac{\sin 22/5^\circ + \cos 22/5^\circ}{\frac{1}{2} \sin 45^\circ}$$

در مرحله بعد قرار می‌دهیم  $B = \sin 22/5^\circ + \cos 22/5^\circ$  و سپس طرفین

این تساوی را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$B^2 = (\sin 22/5^\circ + \cos 22/5^\circ)^2 = \sin^2 22/5^\circ + \cos^2 22/5^\circ + 2 \sin 22/5^\circ \cdot \cos 22/5^\circ = 1 + \sin 45^\circ$$

$$B^2 = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2 + \sqrt{2}}{2} \Rightarrow B = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{\sqrt{2}}$$

اکنون با به دست آمدن  $B$ ، مقدار  $A$  را محاسبه می‌کنیم:

$$A = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}} = 2\sqrt{2 + \sqrt{2}}$$

(عمید علیزاده)

گزینه «۳» ۶۰

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = \frac{\cos x - \sin x}{2 \cos x} \Rightarrow \frac{\tan \frac{\pi}{4} - \tan x}{1 + \tan \frac{\pi}{4} \tan x} = \frac{\cos x - \sin x}{2 \frac{\cos x}{\cos x}}$$

$$\Rightarrow \frac{1 - \tan x}{1 + \tan x} = \frac{1 - \tan x}{2} \Rightarrow (1 - \tan x) \left( \frac{1}{1 + \tan x} - \frac{1}{2} \right) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 - \tan x = 0 \\ \frac{1}{1 + \tan x} = \frac{1}{2} \Rightarrow \tan x = 1 \end{cases}$$

$$x = k\pi + \frac{\pi}{4} = \left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \right\} \in [0, 2\pi]$$

معادله ۲ جواب مضاعف دارد که مجموع آن‌ها برابر با  $\frac{2\pi}{4}$  می‌باشد.

(سید عادل مسینی)

گزینه «۱» ۶۱

فرض می‌کنیم  $\sin^{-1} \frac{1}{3} = \theta$  در نتیجه:

$$\sin \theta = \frac{1}{3} \xrightarrow{0 < \theta < \frac{\pi}{2}} \cos \theta = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\Rightarrow \tan \theta = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\tan^2 \left( 2 \sin^{-1} \frac{1}{3} \right) = \tan^2 (2\theta) = \left( \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} \right)^2 = \left( \frac{2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{4}}{1 - \frac{2}{16}} \right)^2 = \frac{22}{49}$$



(امیر هوشنگ فمسه)

گزینه «٢» -٦٨

اگر  $x \rightarrow 2$  (چه از چپ و چه از راست)،  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -\infty$  است.

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(f(x)) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1 \Rightarrow \left[ \lim_{x \rightarrow 2} f(f(x)) \right] = 1$$

(سید عادل حسینی)

گزینه «٤» -٦٩

$$f(x) = f'(x) = e^{x-\frac{1}{2}}$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{e}}, a\right) \in f^{-1} \Rightarrow f(a) = e^{a-\frac{1}{2}} = e^{\frac{1}{2}} \Rightarrow a = 0$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{\sqrt{e}}, 0\right) \in f^{-1}$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{e}} \text{ در } f^{-1} \text{ : شیب خط مماس بر } m = \frac{1}{f'(0)} = \sqrt{e}$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{e}} \text{ در } f^{-1} \text{ : در نتیجه شیب خط قائم بر } m' = \frac{-1}{m} = \frac{-1}{\sqrt{e}}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{e}} \text{ در } f^{-1} \text{ : معادله خط قائم بر } y = -\frac{1}{\sqrt{e}} \left(x - \frac{1}{\sqrt{e}}\right)$$

$$\Rightarrow \sqrt{e}x + ey = 1$$

(میلاد سبازی لاریجانی)

گزینه «١» -٧٠

$$f(x) = \begin{cases} -x^3 + x^2 & ; x < 1 \\ x^3 - x^2 & ; x \geq 1 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} -3x^2 + 2x & ; x < 1 \\ 3x^2 - 2x & ; x > 1 \end{cases}$$

اگر تابع  $f$  صعودی باشد، داریم:  $f' \geq 0$ .

$$x < 1: -3x^2 + 2x \geq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq \frac{2}{3} \rightarrow x \in \left[0, \frac{2}{3}\right]$$

$$x > 1: 3x^2 - 2x \geq 0 \Rightarrow x \leq 0 \text{ یا } x \geq \frac{2}{3} \rightarrow x \in (1, +\infty)$$

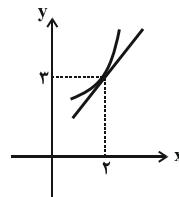
تابع  $f$  روی بازه  $\left[0, \frac{2}{3}\right] \cup (1, +\infty)$  صعودی است.

$$f''(x) = \begin{cases} -6x + 2 & ; x < 1 \\ 6x - 2 & ; x > 1 \end{cases}$$

(جوانبش نیلنام)

گزینه «٤» -٦٥

فرض کنیم نمودار تابع  $f$  در همسایگی  $x=2$  به صورت زیر باشد.



در این صورت:

$$\begin{cases} f(2) = 4 \times 2 - 5 = 3 \\ f'(2) = 4 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f^2(x) - \Delta f(x) + 6}{x^2 - 5x + 6} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(f(x) - 3)(f(x) - 2)}{(x-2)(x-3)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x-2} \times \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 2}{x-3} = f'(2) \times (-1) = -4$$

(مهری غفاری)

گزینه «٣» -٦٦

در  $x=1$  باید پیوستگی و مشتق پذیری را برقرار کنیم:

$$\begin{cases} f(1^+) = f(1^-) \Rightarrow -1 = b + a & (1) \\ f'_+(1) = f'_-(1) \Rightarrow \frac{a}{\pi} \cos \pi x \times \pi \Big|_{x=1} = 2bx \Big|_{x=1} \end{cases}$$

$$\Rightarrow -a = 2b \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \begin{cases} a + b = -1 \\ a + 2b = 0 \end{cases} \Rightarrow a = -2, b = 1$$

$$\Rightarrow a.b = -2$$

(سعید علم پور)

گزینه «٤» -٦٧

تابع  $f$  در  $x=0$  پیوسته است.

$$(f \circ f)'(0) = f'(0) \cdot f'(f(0)), f(0) = 0$$

$$\Rightarrow (f \circ f)'(0) = f'(0) \cdot f'(0) = (f'(0))^2$$

توجه داریم که تابع  $f$  در  $x=0$  عامل صفر شونده  $\sin 2x$  دارد. پس:

$$f'(0) = (\sin 2x)' \cdot \frac{1}{1 + \sqrt{4 \cos x}} = \frac{2 \cos 2x}{1 + \sqrt{4 \cos x}}$$

$$\xrightarrow{x \rightarrow 0} \frac{2}{1+2} = \frac{2}{3} \Rightarrow (f'(0))^2 = \frac{4}{9}$$



داشته باشد. یعنی به ازای  $x = -2$  مقدار آن صفر خواهد بود.

$$x^2 + ax - 6 = 0 \xrightarrow{x=-2} 4 - 2a - 6 = 0 \Rightarrow a = -1$$

$$\Rightarrow a - b = -5$$

(سیر عارل حسینی)

گزینه «۴» -۷۳

$$f(x) = \int_0^x (1 - \sqrt{t}) dt = \int_0^x dt - \int_0^x \sqrt{t} dt$$

$$= t \Big|_0^x - \frac{2}{3} \sqrt{t^3} \Big|_0^x = x - \frac{2}{3} \sqrt{x^3}$$

$$\Rightarrow f(x) = x - \frac{2}{3} \sqrt{x^3}$$

متوسط تابع  $f$  در بازه  $[0, 4]$  برابر است با:

$$\frac{\int_0^4 f(x) dx}{4 - 0} = \frac{1}{4} \left[ \int_0^4 \left( x - \frac{2}{3} \sqrt{x^3} \right) dx \right]$$

$$= \frac{1}{4} \left[ \left( \frac{x^2}{2} - \frac{2}{15} \sqrt{x^5} \right) \Big|_0^4 \right] = \frac{1}{4} \left( -\frac{8}{15} \right) = -\frac{2}{15}$$

(طاهر راستانی)

گزینه «۱» -۷۴

$$I = \int_{-1}^1 \frac{f(x)+1}{\cos^2 \frac{\pi x}{4}} dx = \int_{-1}^1 \frac{f(x)}{\cos^2 \frac{\pi x}{4}} dx + \int_{-1}^1 \frac{1}{\cos^2 \frac{\pi x}{4}} dx$$

حاصل انتگرال اول صفر است؛ زیرا تابع  $\frac{f(x)}{\cos^2 \frac{\pi x}{4}}$  تابعی فرد است. از طرفی

تابع  $\frac{1}{\cos^2 \frac{\pi x}{4}}$  نیز زوج است. بنابراین داریم:

$$I = 2 \int_0^1 \frac{1}{\cos^2 \frac{\pi x}{4}} dx = 2 \int_0^1 \left( 1 + \tan^2 \frac{\pi x}{4} \right) dx$$

$$\xrightarrow{\frac{\pi x}{4} = t} \frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left( 1 + \tan^2 t \right) dt = \frac{1}{\pi} \left( \tan t \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} \right) = \frac{1}{\pi}$$

برای اینکه تقعر تابع  $f$  رو به پایین باشد، باید داشته باشیم  $f'' \leq 0$ .

$$x < 1: -6x + 2 \leq 0 \Rightarrow x \geq \frac{1}{3} \xrightarrow{x < 1} x \in \left[ \frac{1}{3}, 1 \right)$$

$$x > 1: 6x - 2 \leq 0 \Rightarrow x \leq \frac{1}{3} \text{ غیرممکن}$$

بنابراین تابع  $f$  در بازه  $\left( \left[0, \frac{1}{3}\right] \cup (1, +\infty) \right) \cap \left[ \frac{1}{3}, 1 \right) = \left[ \frac{1}{3}, \frac{2}{3} \right)$  صعودی و

تقعر آن رو به پایین است.

(میثی صارقی)

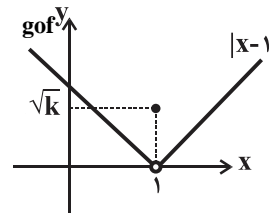
گزینه «۳» -۷۱

برای تابع  $\text{gof}$  داریم:

$$x \neq 1: (\text{gof})(x) = g(f(x)) = g((x-1)^2) = \sqrt{(x-1)^2} = |x-1|$$

$$x = 1: (\text{gof})(x) = g(f(x)) = g(k) = \sqrt{k}$$

برای این که  $\text{gof}$  ماکزیمم نسبی داشته باشد، نمودار آن باید به صورت شکل زیر است:



با توجه به نمودار، واضح است که تابع  $\text{gof}$  در  $x = 1$  ماکزیمم نسبی برابر  $\sqrt{k}$  دارد. پس:

$$\sqrt{k} = 2 \Rightarrow k = 4$$

(مسمن بورامپور)

گزینه «۲» -۷۲

چون تابع فقط در یک نقطه تعریف نشده است (فقط یک مجانب قائم دارد)،

مخرج تنها یک صفر دارد. پس:

$$\Delta_{\text{مخرج}} = b^2 - 16 = 0 \Rightarrow b = \pm 4$$

از آنجا که مجانب قائم، طولی منفی دارد، پس  $b = 4$  خواهد بود.

نمودار تابع  $f(x) = \frac{x^2 + ax - 6}{(x+2)^2}$  فقط در یک نقطه محور طولها را قطع کرده است. بنابراین با توجه به شکل نمودار که (شبهه به) نمودار تابع

هموگرافیک است و همچنین عبارت مخرج، صورت نیز باید عامل  $x+2$

(رضا عباسی اصل)

گزینه «۴» -۷۹

$$\Delta ABD, \Delta BCD : \begin{cases} AB = DC \\ BD = BD \\ BC > AD \end{cases} \xrightarrow{\text{عکس قضیه لولا}} \hat{BDC} > \hat{ABD}$$

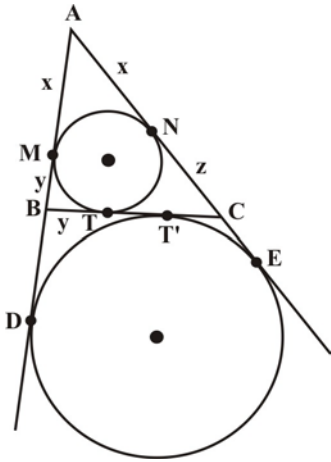
$$\Rightarrow \alpha + 60^\circ > 2\alpha + 15^\circ \Rightarrow \alpha < 45^\circ$$

از نامساوی فوق، بیشترین مقدار صحیح  $\alpha$  برابر  $44^\circ$  است.

(ممدصالح نیککار)

گزینه «۴» -۸۰

مطابق با شکل داریم:



$$\begin{cases} AM = AN = x \\ BM = BT = y \\ CN = CT = z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = y + z \\ b = x + z \\ c = x + y \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2P = a + b + c = 2(x + y + z) \Rightarrow P = x + y + z$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = P - a \\ y = P - b \\ z = P - c \end{cases}$$

$$BD = BT', CE = CT' \quad \text{از طرفی دیگر:}$$

$$\Rightarrow \underbrace{(BT' + CT')}_{BC} + AB + AC = 2P \Rightarrow AD = AE = P$$

$$\Rightarrow TT' = |BT' - BT| = |(AD - AB) - (P - b)|$$

$$\Rightarrow TT' = |(P - c) - (P - b)| \Rightarrow TT' = |b - c|$$

(ممدابراهیم کیتی زاده)

گزینه «۱» -۸۱

اگر  $A(x, y)$  نقطه‌ای روی خط  $D$  و نقطه  $A'(x', y')$  تصویر این نقطه تحت این تبدیل باشد، آنگاه:

$$T(A) = A' \Rightarrow (ax, x + y) = (x', y')$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ax = x' \\ x + y = y' \end{cases} \Rightarrow x = \frac{1}{a}x', y = -\frac{1}{a}x' + y'$$

هندسه

گزینه «۳» -۷۵

(ممدابراهیم کیتی زاده)

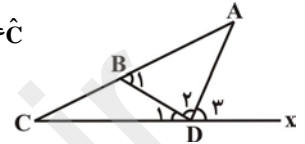
$$AD = DB \Rightarrow \hat{A} = \hat{B}_1, BD = BC \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{C}$$

$$\hat{D}_\gamma = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}_1) = 180^\circ - 2\hat{B}_1$$

$\hat{B}_1$  زاویه خارجی برای مثلث  $BCD$  است. بنابراین داریم:

$$\hat{B}_1 = \hat{C} + \hat{D}_1, \hat{C} = \hat{D}_1 \Rightarrow \hat{B}_1 = 2\hat{C}$$

$$\Rightarrow \hat{D}_\gamma = 180^\circ - 2\hat{B}_1 = 180^\circ - 4\hat{C}$$



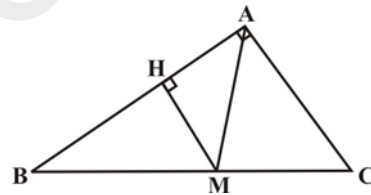
(ممدابراهیم کیتی زاده)

گزینه «۱» -۷۶

در هر مثلث قائم‌الزاویه اندازه میانه وارد بر وتر نصف اندازه وتر است، پس داریم:

$$BC = 2AM = 12 \Rightarrow BM = 6$$

اگر مثلث قائم‌الزاویه‌ای زاویه  $30^\circ$  داشته باشد ضلع روبه‌روی این زاویه نصف وتر است، پس در مثلث قائم‌الزاویه  $BMH$  داریم:



$$\hat{B} = 30^\circ \Rightarrow MH = \frac{1}{2}BM = 3$$

(ممدابراهیم کیتی زاده)

گزینه «۴» -۷۷

در مثلث  $BA \parallel DC, ODC$

در مثلث  $BC \parallel DE, ODE$

با مقایسه دو تناسب:  $\frac{OA}{OC} = \frac{OC}{OE} \Rightarrow OC^2 = OA \cdot OE$

اما  $OA = 3$  و  $OE = 9$

$$OC^2 = 3 \times 9 = 27 \Rightarrow OC = 3\sqrt{3}$$

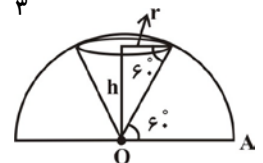
(ممدیوار نوری)

گزینه «۴» -۷۸

$$\text{نیمکره } V = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{2\pi}{3} R^3 = 18\pi \Rightarrow R^3 = 27 \Rightarrow R = 3$$

$$r = 3 \cos 60^\circ \Rightarrow \begin{cases} r = \frac{3}{2} \\ h = 3 \sin 60^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Rightarrow V = \frac{\pi}{3} r^2 h$$

$$V = \frac{\pi}{3} \times \frac{9}{4} \times \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{9\pi\sqrt{3}}{8}$$





اگر مقادیر  $x$  و  $y$  را در معادله خط  $D$  قرار دهیم معادله بر حسب  $x'$  و  $y'$  به دست می‌آید که معادله خط  $D'$  (تصویر خط  $D$ ) است.

$$D: y = 2x - 1 \xrightarrow{T} D': -\frac{1}{a}x' + y' = \frac{2}{a}x' - 1$$

$$\Rightarrow D': y = \frac{2}{a}x - 1$$

$$D \perp D' \Rightarrow m_D \cdot m_{D'} = -1 \Rightarrow 2 \times \frac{2}{a} = -1 \Rightarrow a = -6$$

۸۲- گزینه «۳» (معمداً ابراهیم کیتی زاده)

۱) از هر نقطه خط  $L$  و خطوط بی‌شماری بر خط  $L$  عمود می‌شوند که فقط یکی از آن‌ها بر صفحه  $P$  و یکی از آن‌ها هم بر صفحه  $Q$  منطبق است.

۲) از هر نقطه، صفحه‌های بی‌شماری بر یکی از دو صفحه عمود می‌شوند که فقط یکی از آن‌ها با صفحه دیگر موازی است.

۳) هر صفحه که بر یکی از خطوط صفحه‌های عمود شود بر این صفحه عمود است. چون خط  $L$  بر هر دو صفحه منطبق است، هر صفحه عمود بر  $L$  بر هر دو صفحه عمود می‌شود.

۴) از هر نقطه خارج یکی از صفحه‌ها خطوط بی‌شماری به موازات آن صفحه رسم می‌شوند که یکی و تنها یکی از آن‌ها به صفحه دیگر عمود است.

در گزینه‌های (۱)، (۲) و (۴) عبارت «هر خط» یا «هر صفحه» درستی گزینه را نقض می‌کند.

۸۳- گزینه «۳» (سید امیر ستوده)

ضرب مختلف سه بردار را محاسبه می‌کنیم:

$$(a \times b) \cdot (a \times (a + b)) = (a \times b) \cdot (a \times a + a \times b)$$

$$= (a \times b) \cdot (a \times b) = |a \times b|^2$$

بنابراین حجم متوازی‌السطوحه مورد نظر برابر با  $|a \times b|^2$  است.

$$a = (1, 3, -2) \Rightarrow a \times b = (-1, -5, -8)$$

$$b = (3, 1, -1) \Rightarrow |a \times b|^2 = (-1)^2 + (-5)^2 + (-8)^2 = 1 + 25 + 64 = 90$$

۸۴- گزینه «۴» (معمداً ابراهیم کیتی زاده)

چون خط  $D$  با صفحه  $P$  موازی است، پس بردار هادی خط بر بردار نرمال صفحه عمود است، داریم:

$$u_D = (2, m, 0), n_P = (4, -2, m)$$

$$u_D \cdot n_P = 0 \Rightarrow (2, m, 0) \cdot (4, -2, m) = 0$$

$$\Rightarrow 8 - 2m = 0 \Rightarrow m = 4$$

خط  $D$  با صفحه  $P$  موازی باشد، پس تمام نقاط خط  $d$  از صفحه  $P$  به یک فاصله‌اند.

برای تعیین این فاصله کافی است فاصله نقطه دلخواه  $A = (1, 0, 1)$  واقع بر خط  $D$  را از صفحه  $P$  محاسبه کنیم، داریم:

$$h = \frac{|4 \times 1 - 2 \times 0 + 4 \times 1 + 10|}{\sqrt{16 + 4 + 16}} = \frac{18}{6} = 3$$

۸۵- گزینه «۳»

(نوبیر میبیری)

صفحه مورد نظر باید از نقطه وسط پاره خط واصل دو نقطه  $A(-1, 0, 3)$  و

$B(3, -4, 1)$  بگذرد و بردار نرمال آن موازی  $\vec{AB} = (4, -4, -2)$  باشد، پس

کافیست بردار نرمال را برابر  $n = (2, -2, -1)$  بگیریم. همچنین نقطه

$M(1, -2, 2)$  وسط پاره خط  $AB$  است، بنابراین داریم:

$$2(x-1) - 2(y+2) - (z-2) = 0 \text{ معادله صفحه}$$

$$\Rightarrow 2x - 2y - z = 4 \Rightarrow \frac{x}{2} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{-1} = 1$$

$$\Rightarrow a + b + c = -4$$

۸۶- گزینه «۱»

(رضا عباسی اصل)

$$C \text{ دایره } x^2 + y^2 = 4 \Rightarrow 2k = 3 + k \Rightarrow k = 3$$

$$C: 6x^2 + 6y^2 - 12x - 24y + 6 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4 \Rightarrow O(1, 2), r = 2$$

$$C': (x+2)^2 + (y+m)^2 = 25 \Rightarrow O'(-2, -m), r' = 5$$

دو دایره زمانی فقط یک مماس مشترک دارند که مماس درون باشند، یعنی:

$$OO' = |r - r'| \Rightarrow (1+2)^2 + (2+m)^2 = |2-5|^2$$

$$\Rightarrow 9 + (2+m)^2 = 9 \Rightarrow m = -2$$

۸۷- گزینه «۳»

(معمداً ابراهیم کیتی زاده)

$$3(y^2 - 4y) - (x^2 - 4x) - 4 = 0$$

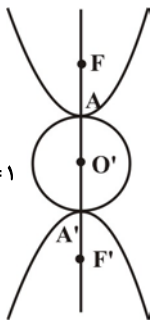
$$\Rightarrow 3[(y-2)^2 - 4] - [(x-2)^2 - 4] - 4 = 0$$

$$3(y-2)^2 - 12 - (x-2)^2 + 4 - 4 = 0$$

$$\Rightarrow 3(y-2)^2 - (x-2)^2 = 12$$

$$\frac{3(y-2)^2}{12} - \frac{(x-2)^2}{12} = 1 \Rightarrow \frac{(y-2)^2}{4} - \frac{(x-2)^2}{12} = 1$$

$$3 \text{ دایره } O'(\alpha = 2, \beta = 2), a^2 = 4 \Rightarrow a = 2$$



مرکز دایره خواسته شده نقطه  $O'(\alpha = 2, \beta = 2)$  همان مرکز هذلولی است و قطر

دایره برابر  $AA'$  فاصله دو رأس هذلولی می‌باشد که کوتاه‌ترین فاصله بین دو نقطه دو

شاخه هذلولی است.

$$2R = AA' = 2a = 4 \Rightarrow R = 2, (x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = R^2$$

$$\Rightarrow (x-2)^2 + (y-2)^2 = 4 \Rightarrow x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$$



۸۸- گزینه «۴»

(مسین هابیلو)

اولاً:

$$|B_{3 \times 2} \times A_{2 \times 3}| = 0$$

ثانیاً:

$$AB = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow |AB| = 0 - (-3) = 3$$

۸۹- گزینه «۱»

(مهمربوار نوری)

$$AX = 2A^T \Rightarrow X = 2A^{-1}A^T$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow A^T = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} A^* = \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} 5 & -4 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$X = 2A^{-1}A^T = 2 \left( \frac{1}{-2} \right) \begin{bmatrix} 5 & -4 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \\ = - \begin{bmatrix} -6 & -5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 5 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$$

۹۰- گزینه «۱»

(رضا عباسی اصل)

از معادلات (۱) و (۳) ماتریس دوم داریم:

$$\begin{cases} -3y + 5z = 16 \\ -2y + 3z = 9 \end{cases} \Rightarrow z = 5, y = 3$$

با جای گذاری مقادیر  $y$  و  $z$  در یکی از معادلات ماتریس افزوده اولیه (مثلاً معادله اول) داریم:

$$2x - y + z = 6 \xrightarrow{z=5, y=3} x = 2$$

حال از معادله دوم ماتریس دوم داریم:

$$ax + by + 3z = 11 \Rightarrow a(2) + b(3) + 3 \times 5 = 11 \\ \Rightarrow 2a + 3b = -4$$

۹۱- گزینه «۲»

(امیرمسین ابومصوب)

میانگین داده‌های جدید برابر است با:

$$2 \times 3 - 1 = 5$$

در داده‌های اولیه داریم:

$$\sigma^2 = 0.25 \Rightarrow \sigma = 0.5$$

انحراف معیار داده‌های جدید برابر است با:

$$2 \times 0.5 = 1$$

بنابراین ضریب تغییرات داده‌های جدید برابر است با:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{1}{5} = 0.2$$

۹۲- گزینه «۲»

(سروش موئینی)

مد داده‌ها ۲۶ است و داده‌های کمتر از آن ۱۰, ۱۴, ۱۴, ۱۵, ۱۷, ۲۱, ۲۳, ۲۴ هستند.

$$\bar{x} = \frac{10 + 14 + 14 + 15 + 17 + 21 + 23 + 24}{8} \\ = \frac{138}{8} = \frac{69}{4} = 17.25$$

۹۳- گزینه «۳»

(رسول مصنی منش)

دو نقطه  $(x_1, y_1, z_1)$  و  $(x_2, y_2, z_2)$  مفروض‌اند. ما می‌خواهیم  $x_1 + x_2 + y_1 + y_2 + z_1 + z_2$  همگی زوج باشند. پس باید از لحاظ زوجیت  $x$  ها و  $y$  ها و  $z$  ها مثل هم باشند. در سه تایی مرتب برای زوج و فرد بودن  $x, y, z$ ,  $2 \times 2 \times 2 = 8$  حالت وجود دارد. پس اگر ۹ نقطه انتخاب کنیم، حداقل ۲ تا مثل هم هستند.

۹۴- گزینه «۳»

(امیرمسین ابومصوب)

$$(A \cap B)' - (B - A) = (A' \cup B') \cap (B \cap A)'$$

$$= (A' \cup B') \cap (A \cup B)' = \underbrace{(A' \cap A) \cup B'}_{\emptyset} = B'$$

بنابراین متمم این مجموعه نسبت به مجموعه جهانی، مجموعه  $U - B'$  یعنی مجموعه  $B$  است.

۹۵- گزینه «۳»

(نوبر میبری)

از آن جا که هیچ دو عدد زوج و فردی در یک مجموعه قرار نمی‌گیرند، پس باید حالت‌های افراز دو زیرمجموعه  $\{1, 3, 5\}, \{2, 4\}$  را در نظر بگیریم. چون مجموعه  $\{2, 4\}$  دارای ۲ افراز و مجموعه  $\{1, 3, 5\}$  دارای ۵ افراز است، پس بنابر اصل ضرب، روی هم ۱۰ افراز خواهیم داشت که در زیر آن‌ها را نوشته‌ایم:

$$\{2, 4\}, \{1, 3, 5\} \quad \{2\}, \{4\}, \{1, 3, 5\}$$

$$\{2, 4\}, \{1\}, \{3, 5\} \quad \{2\}, \{4\}, \{1\}, \{3, 5\}$$

$$\{2, 4\}, \{3\}, \{1, 5\} \quad \{2\}, \{4\}, \{3\}, \{1, 5\}$$

$$\{2, 4\}, \{5\}, \{1, 3\} \quad \{2\}, \{4\}, \{5\}, \{1, 3\}$$

$$\{2, 4\}, \{1\}, \{3\}, \{5\} \quad \{2\}, \{4\}, \{1\}, \{3\}, \{5\}$$

۹۶- گزینه «۴»

(عباس مسین جانی)

نسبت احتمال‌های موردنظر برابر است با:

$$\frac{\binom{8}{4}}{2^8} = \frac{\binom{8}{4}}{2^2 \times \binom{6}{3}} = \frac{8!}{4! \times 4!} = \frac{70}{4 \times 20} = \frac{7}{4}$$

