



$$\Rightarrow \frac{a}{2} = \frac{|-2 - 3 - 5|}{\sqrt{5}} \Rightarrow a = \frac{20}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow S = a^2 = \frac{400}{5} = 80$$

(مسابان ا- هبر و معادله: صفحه‌های ۵۲۹ تا ۳۶)

(سوال ۱۶۸ کتاب آین ریاضیات پایه)

-۴

با توجه به اینکه اگر $f^{-1}(\alpha) = \beta$ آنگاه $f(\beta) = \alpha$ خواهیم داشت.

$$f^{-1}(2) = a \Rightarrow f(a) = 2$$

$$f^{-1}(-2) = b \Rightarrow f(b) = -2$$

اگر $a \leq 0$ باشد، با استفاده از ضابطه بالایی تابع داریم:

$$f(a) = 2a - 1 = 2 \Rightarrow 2a = 3 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

اگر $a > 0$ باشد، با استفاده از ضابطه پایینی تابع داریم:

$$f(a) = a - 1 = 2 \Rightarrow a = 3$$

اگر $b \leq 0$ باشد، با استفاده از ضابطه بالایی تابع داریم:

$$f(b) = 2b - 1 = -2 \Rightarrow 2b = -1 \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$$

اگر $b > 0$ باشد، با استفاده از ضابطه پایینی تابع داریم:

$$f(b) = b - 1 = -2 \Rightarrow b = -1$$

$$\Rightarrow f^{-1}(2) + f^{-1}(-2) = 3 - \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

(مسابان ا- تابع: صفحه‌های ۵۱۴ تا ۴۲)

(سوال ۱۵۹ کتاب آین ریاضیات پایه)

-۵

$$f(g^{-1}(a)) = 1 \Rightarrow f^{-1}(1) = g^{-1}(a) \quad (*)$$

$$f^{-1}(1) = \frac{1+1}{1-2(1)} = -2$$

$$\xrightarrow{(*)} g^{-1}(a) = -2 \Rightarrow g(-2) = a$$

با توجه به نمودار تابع g ، داریم: $g(-2) = -1$ ، بنابراین $-1 = a$ است.

(مسابان ا- تابع: صفحه‌های ۶۳ تا ۷۰)

حسابان ۱

(سوال ۱۷۸ کتاب آین ریاضیات پایه)

-۱

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} S_{10} = \frac{10}{2}(2a_1 + 9d) = 10(2a_1 + 9d) \\ S_{12} = \frac{12}{2}(2a_1 + 11d) = 6(2a_1 + 11d) \end{cases}$$

$$S_{10} = 3S_{12} \Rightarrow 10(2a_1 + 9d) = 3 \times 6(2a_1 + 11d)$$

$$\Rightarrow 10a_1 + 90d = 18a_1 + 198d \Rightarrow d = -2a_1 \quad (*)$$

$$a_4 = a_1 + 3d = a_1 + 2(-2a_1) = -a_1 = -2 \xrightarrow{(*)} d = 4$$

$$\Rightarrow a_{10} = a_1 + 9d = -2 + 9(4) = 34$$

(مسابان ا- هبر و معادله: صفحه‌های ۲ تا ۶)

(سوال ۱۵۸ کتاب آین ریاضیات پایه)

-۲

$$\sqrt{x^4 - 2x - 5} = 1 - x \xrightarrow{\text{توان ۲}} x^4 - 2x - 5 = 1 + x^2 - 2x$$

$$\Rightarrow x^4 - x^2 - 6 = 0 \Rightarrow (x^2 - 3)(x^2 + 2) = 0$$

$$\xrightarrow{x^2 + 2 > 0} x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}$$

 $x = \sqrt{3}$ قابل قبول نیست، زیرا به ازای آن طرف راست معادله

$$x = -\sqrt{3} \xrightarrow{\sqrt{x^4 - 2x - 5} = 1 - x} \text{منفی می‌شود؛ پس تنها جواب معادله}$$

است.

(مسابان ا- هبر و معادله: صفحه‌های ۵ تا ۲۰)

(سوال ۱۷۴ کتاب آین ریاضیات پایه)

-۳

فاصله وسط قطر مریع از هر ضلع آن، برابر با نصف طول ضلع مریع است.

پس در این سؤال اگر طول ضلع مریع را a بنامیم، داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} L : 2y - x - 5 = 0 \\ A(3, -1) \end{array} \right. \Rightarrow AH = \frac{a}{2} = \frac{|2y_A - x_A - 5|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}}$$



از آنجایی که $|x| \leq \frac{\pi}{6}$ است، پس داریم:

$$\Rightarrow -\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{\pi}{6} \Rightarrow \frac{\pi}{6} \leq x + \frac{\pi}{3} \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \leq \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \leq 1 \Rightarrow 1 \leq 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \leq 2$$

پس اختلاف بیشترین و کمترین مقدار عبارت برابر یک است.

(مسابان ا- مثیلهای صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۱۲)

(سوال ۱۷۳۹ کتاب آبی ریاضیات پایه)

وقتی $x \rightarrow \pi^-$ ، می‌توان فرض کرد $\pi < x < \frac{\pi}{2}$ است، بنابراین

$\sin x \rightarrow 0^+$ و در نتیجه $\sin x < 1$ خواهد بود.

$$\begin{aligned} &\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\sqrt{1-\cos 2x}}{\sin 2x + [\sin x]} = \lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\sqrt{2 \sin^2 x}}{\sin 2x} \\ &= \lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\sqrt{2} |\sin x|}{2 \sin x \cos x} = \lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\sqrt{2} \sin x}{2 \sin x \cos x} \\ &= \lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\sqrt{2}}{2 \cos x} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

(مسابان ا- هد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۴۳ تا ۱۴۶)

(سوال ۱۷۸۰ کتاب آبی ریاضیات پایه)

تابع $f(x) = \left[\frac{x-3}{3} \right]$ روی \mathbb{R} پیوسته است، لذا نقاط ناپیوستگی تابع

می‌باشند، بنابراین باید $\frac{x-3}{3} = k$ باشد، که در

این بازه نقاط ۳ و ۶ می‌توانند نقاط ناپیوستگی تابع باشند. اما در $x = 3$ تابع

پیوسته است، زیرا:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 3^+} \left[\frac{1}{3}x - 1 \right] = (3-3)[0^+] = 0 \\ f(3) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 3^-} \left[\frac{1}{3}x - 1 \right] = (3-3)[0^-] = 0 \end{cases}$$

در نتیجه تابع در این بازه، فقط در یک نقطه ناپیوسته است.

(مسابان ا- هد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۴۸)

(سوال ۱۳۰۷ کتاب آبی ریاضیات پایه)

$$\log_5(2x-1) + \log_5(3x-5) = 1$$

$$\Rightarrow \log_5(2x-1)(3x-5) = 1$$

$$(2x-1)(3x-5) = 5 \Rightarrow 6x^2 - 13x + 5 = 5$$

$$\Rightarrow 6x^2 - 13x = 0 \Rightarrow x(6x - 13) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 & \text{غایق} \\ x = \frac{13}{6} \Rightarrow \log_5(6x+3) = \log_5 16 = 4 \end{cases}$$

(مسابان ا- توابع نمایی و لگاریتمی؛ صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

(سوال ۱۵۱۵ کتاب آبی ریاضیات پایه)

می‌دانیم:

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right) = \sin \theta$$

$$\cos(\pi + \theta) = -\cos \theta$$

$$\sin(\pi - \theta) = \sin \theta$$

$$\sin(3\pi + \theta) = \sin(2\pi + \pi + \theta) = \sin(\pi + \theta) = -\sin \theta$$

$$\Rightarrow A = \frac{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right) - \cos(\pi + \theta)}{\sin(\pi - \theta) - \sin(3\pi + \theta)} = \frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta + \sin \theta}$$

$$= \frac{\sin \theta + \cos \theta}{2 \sin \theta} = \frac{1}{2} + \frac{\cot \theta}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2 \tan \theta}$$

$$\tan \theta = \frac{1}{5} = 0 / 2 \quad \frac{1}{2} + \frac{5}{2} = 3$$

(مسابان ا- مثیلهای صفحه‌های ۹۱ تا ۹۴)

(سوال ۱۵۷۳ کتاب آبی ریاضیات پایه)

$$\sin x + \sqrt{3} \cos x = \sin x + \tan \frac{\pi}{3} \cos x$$

$$= \sin x + \frac{\sin \frac{\pi}{3}}{\cos \frac{\pi}{3}} \cos x = \frac{\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)}{\cos \frac{\pi}{3}} = \sqrt{3} \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$

-۶

-۷

-۸



$$\Delta OOO' : OT^2 = OO'^2 - O'T^2 = (14/5)^2 - (10/5)^2$$

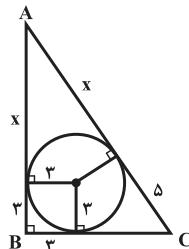
$$\Rightarrow OT^2 = (14/5 + 10/5)(14/5 - 10/5) = 25 \times 4 = 100$$

$$\Rightarrow OT = 10$$

(هنرسه ۲ - دایره، صفحه‌های ۱۹ و ۲۳)

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۹۶)

-۱۴



مطابق شکل اگر $BC = 8$ باشد، آنگاه چون طول مماس‌های رسم شده از یک نقطه خارج دایره بر دایره برابر یکدیگرند، پس داریم:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$\Rightarrow (5+x)^2 = (3+x)^2 + 8^2$$

$$\Rightarrow 25 + x^2 + 10x = 9 + x^2 + 6x + 64$$

$$\Rightarrow 4x = 48 \Rightarrow x = 12$$

$$\Rightarrow 12 + 5 = 17$$

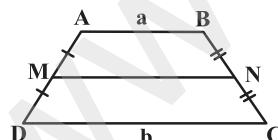
(هنرسه ۲ - دایره، صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

(سراسری ریاضی - ۹۵)

-۱۵

طول پاره خطی که وسطهای دو ساق یک ذوزنقه را به هم وصل می‌کند،

میانگین طول دو قاعده ذوزنقه است. یعنی در شکل زیر،



$$MN = 12 \Rightarrow \frac{a+b}{2} = 12 \Rightarrow a+b = 24 \quad (*) \quad \text{طبق فرض:}$$

اما طبق فرض سؤال ذوزنقه ABCD محیطی است، می‌دانیم که در هر چهارضلعی محیطی مجموع ضلع‌های رویه‌رو با هم برابر است، یعنی در ذوزنقه

محیطی ABCD داریم: $AB + CD = AD + BC$. پس:

$$ABCD = AB + CD + AD + BC$$

$$= AB + CD + AB + CD$$

$$= a+b+a+b = 2(a+b)$$

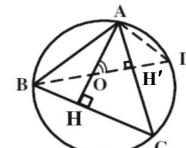
$$\xrightarrow{(*)} ABCD = 2 \times 24 = 48 \quad \text{محیط}$$

(هنرسه ۲ - دایره، صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

۲ هندسه

(سراسری ریاضی - ۹۳)

-۱۱



با توجه به این که O محل تلاقی ارتفاع‌های مثلث ABC است، پس ارتفاع

گذرنده از رأس B بر پاره خط BD واقع است. داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta AOH' : A\hat{O}D + C\hat{A}O = 90^\circ \\ \Delta ACH : A\hat{C}H + C\hat{A}O = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow A\hat{O}D = A\hat{C}H$$

$$A\hat{C}H = A\hat{D}O = \frac{1}{2}\widehat{AB} \Rightarrow A\hat{O}D = A\hat{D}O$$

(هنرسه ۲ - دایره، صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

(سراسری ریاضی - ۱۹)

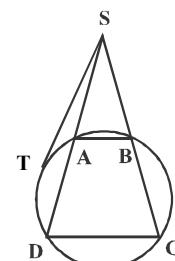
-۱۲

ذوزنقه قابل محاط در دایره، لزوماً متساوی‌الساقین است. طبق فرض در شکل زیر داریم: $AB \parallel CD$ و $AD = 12$ و $AB = 8$ و $CD = 5$. چون

پس طبق تعیین قضیه تالس داریم:

$$\frac{SA}{SD} = \frac{AB}{CD} \Rightarrow \frac{SA}{SA+5} = \frac{8}{12} \Rightarrow 12SA = 8SA + 40$$

$$\Rightarrow 4SA = 40 \Rightarrow SA = 10 \Rightarrow SD = 10 + 5 = 15$$



حال بر اساس روابط طولی دایره برای یک مماس و یک قاطع داریم:

$$ST^2 = SA \cdot SD = 10 \times 15 = 150$$

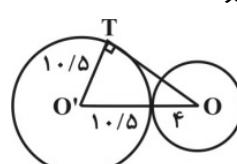
$$\Rightarrow ST = 5\sqrt{6}$$

(هنرسه ۲ - دایره، صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

(سراسری ریاضی - ۹۲)

-۱۳

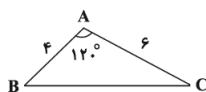
دو دایره، مماس بروند هستند پس طول خط‌المرکزین آنها برابر است با مجموع طول شعاع دو دایره.





(سؤال ۹۶۳ کتاب آین)

-۱۸



$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} + 60^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} = 120^\circ$$

طبق قضیه کسینوس‌ها داریم:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos 120^\circ$$

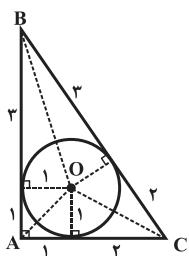
$$= 4^2 + 6^2 - 2 \times 4 \times 6 \times \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$BC^2 = 16 + 36 + 24 = 76 = 4 \times 19 \Rightarrow BC = 2\sqrt{19}$$

(هنرسه ۲ - روابط طولی در مثلث، صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹)

(سراسری فارج از کشور ریاضی - ۱۱)

-۱۹



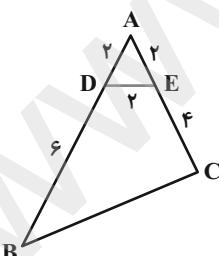
$$r = \frac{S}{P} = 1$$

$$BO = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$$

(هنرسه ۲ - دایره، صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

(سؤال ۱۰ کتاب آین)

-۲۰



مثلث ADE سه ضلع برابر دارد، پس متساوی‌الاضلاع است. بنابراین

زاویه A برابر ۶۰ درجه است.

مساحت چهارضلعی DECB را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$S_{ADE} = \frac{1}{2} AD \times AE \times \sin \hat{A} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \hat{A} = \frac{1}{2} \times 6 \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$$

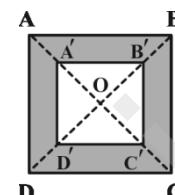
$$\Rightarrow S_{DECB} = S_{ABC} - S_{ADE} = 6\sqrt{3} - \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$

(هنرسه ۲ - روابط طولی در مثلث، مشابه تمرین ۲ صفحه ۷۵)

(سؤال ۹۰۲ کتاب آین)

-۱۶

اگر مساحت مربع ABCD به ضلع a را S فرض کنیم، مساحت مربع $A'B'C'D'$ برابر $\frac{4}{9}S$ خواهد بود. پس مساحت ناحیه محدود بین مربع و تصویرش برابر $\frac{4}{9}S - \frac{4}{9}S = \frac{4}{9}S$ است، در نتیجه داریم:



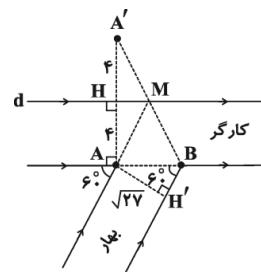
$$\frac{4}{9}S = 5 \Rightarrow S = 9 \Rightarrow a^2 = 9 \Rightarrow a = 3$$

$$\Rightarrow 4a = 12$$

(هنرسه ۲ - تبدیل‌های هندسی، صفحه‌های ۴۵ و ۵۰)

(سؤال ۹۰۳ کتاب آین)

-۱۷



برای به دست آوردن کوتاه‌ترین مسیر، کافی است نقطه A را نسبت به محور d بازتاب دهیم و نقطه حاصل (A') را به B وصل کنیم. محل تلاقی A' با محور d را M نامیم. AM + MB کوتاه‌ترین مسیر ممکن است. حال از آنجایی که $AM = MA'$ ، در نتیجه:

$$AM + MB = MA' + MB = A'B$$

لذا کافی است طول A'B را بباییم. از طرفی داریم:

$$\Delta AH'B : \hat{B} = 60^\circ \Rightarrow \sin \hat{B} = \frac{AH'}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{27}}{AB} \Rightarrow AB = 6$$

اکنون با توجه به این که $\Delta A'AB$ در رأس A قائم‌الزاویه است، بنابراین:

$$AA'^2 + AB^2 = A'B^2 \Rightarrow 8^2 + 6^2 = A'B^2 \Rightarrow A'B = 10$$

(هنرسه ۲ - تبدیل‌های هندسی، مشابه تمرین ۲ صفحه ۵۶)



$$= A' \cap \underbrace{[B \cap U]}_B = A' \cap B = A' - B'$$

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴)

(سوال ۳۳ کتاب آین)

-۲۴

$$P(B) = P(\{a_1, a_3, a_4, a_5\}) = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow P(B') = P(\{a_1, a_5\}) = \frac{1}{5}$$

$$P(A) = \frac{3}{10} \Rightarrow P(\{a_1, a_5\}) + P(a_3) = \frac{3}{10}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{5} + P(C) = \frac{3}{10} \Rightarrow P(C) = \frac{3}{10} - \frac{1}{5} = \frac{1}{10}$$

(آمار و احتمال- احتمال، مشابه تمرین ۳ صفحه ۵)

(سراسری ریاضی - ۹)

-۲۵

اگر پیشامدهای A و B به ترتیب «شماره حداقل یکی از تاس‌های رو شده

باشد» و «حاصل جمع شماره‌های رو شده کمتر از ۶ باشد» تعریف شوند،

آنگاه داریم:

$$B = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,1), (2,2), (2,3)\}$$

$$, (3,1), (3,2), (4,1)\} \Rightarrow n(B) = 10$$

$$A \cap B = \{(1,2), (2,1), (2,2), (2,3), (3,2)\}$$

$$\Rightarrow n(A \cap B) = 5$$

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

(آمار و احتمال- احتمال، صفحه‌های ۵۶ تا ۵۷)

(سوال ۳۴ کتاب آین)

-۲۱

چون گزاره $p \sim r$ نادرست است، پس $r \sim$ درست و p نادرست

است، یعنی p و r هردو نادرست هستند. از طرفی گزاره $r \Rightarrow q$ درست

است که با توجه به نادرستی تالی (r)، لزوماً q باید نادرست باشد.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

(سوال ۸۷ کتاب آین)

-۲۲

برای حل، زیرمجموعه‌هایی که اعداد اول ندارند را از کل زیرمجموعه‌ها کم

می‌کنیم. به این ترتیب زیرمجموعه‌هایی خواهیم داشت که حداقل یکی از

اعضای $\{2, 3, 5, 7\}$ را دارند.

$$\left. \begin{array}{l} \text{تعداد زیرمجموعه‌ها} \\ \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \end{array} \right\} \rightarrow 2^9 = 512 \\ \left. \begin{array}{l} \text{اعداد طبیعی یک رقمی} \\ \rightarrow \{2, 3, 5, 7\} \end{array} \right\} \\ \left. \begin{array}{l} \text{اعداد اول یک رقمی} \\ \rightarrow \{1, 4, 6, 8, 9\} \end{array} \right\} \rightarrow 2^5 = 32 \\ \text{تعداد زیرمجموعه‌هایی} \\ \text{که اعداد اول ندارند.} \end{array} \right\}$$

$512 - 32 = 480$ = تعداد زیرمجموعه‌هایی مورد نظر

به این صورت زیرمجموعه‌هایی به دست می‌آید که حداقل یکی از اعداد اول یک رقمی را دارند.

(آمار و احتمال- آشنایی با مبانی ریاضیات، صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

(سراسری ریاضی - ۱۹)

-۲۳

$$\underbrace{[A \cup (A \cap B)]'}_{\text{قانون جذب}} \cap [(B \cap A) \cup (B - A)]$$

$$= A' \cap [(B \cap A) \cup (B \cap A')] = A' \cap [B \cap \underbrace{(A \cup A')}_{U}]$$

(سراسری فارج از کشور تبریز - ۹۳)

-۲۸

$$\bar{x} = \frac{20 + 27 + 28}{3} = 25 \quad \text{دادهای اضافه شده}$$

چون میانگین داده‌های اضافه شده با میانگین کل داده‌ها برابر است، پس تأثیری در میانگین داده‌ها نخواهد داشت.

$$\sigma^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n} \Rightarrow 9 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{18} \Rightarrow \sum(x_i - \bar{x})^2 = 162$$

$$\sigma'^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2 + (20 - 25)^2 + (27 - 25)^2 + (28 - 25)^2}{18 + 3}$$

$$= \frac{162 + 25 + 4 + 9}{21} = \frac{200}{21} \approx 9.52$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی، صفحه‌های ۹۳ تا ۹۵)

(سوال ۶۲۹ کتاب آی)

-۲۹

در نمونه‌گیری خوش‌ای احتمال انتخاب شدن خوش‌ها و در نتیجه احتمال انتخاب شدن واحدهای آماری برابر است.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی، صفحه‌های ۱۰۵ و ۱۰۶)

(سوال ۶۶۴ کتاب آی)

-۳۰

می‌دانیم که پارامتر میانگین جامعه برابر است با:

$$\mu = \frac{0+1+2+\dots+N}{N+1} = \frac{\frac{N(N+1)}{2}}{N+1} = \frac{N}{2}$$

حال با توجه به نمونه موجود، مقدار آماره برابر است با :

$$\bar{x} = \frac{4+6+2+5+8}{5} = \frac{25}{5} = 5$$

پس برآوردهای ما از پارامتر جامعه یعنی $\frac{N}{2}$ ، برابر است با مقدار آمارهنمونه یعنی ۵، پس برآوردهای ما از N برابر است با: $N = 10$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی، مشابه تمرين ۲ صفحه ۱۲۵)

(سراسری تبریز - ۹۴)

-۲۶

$$\begin{aligned} & \left| \begin{array}{c} \frac{1}{2} \text{ تاس عدد زوج باید} \\ \frac{1}{2} \text{ بار موفقیت در ۴ دفعه} \end{array} \right| \rightarrow \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{2}{3} \right)^2 \left(\frac{1}{3} \right)^2 \\ & \left| \begin{array}{c} \frac{1}{2} \text{ تاس عدد فرد باید} \\ \frac{1}{2} \text{ بار موفقیت در ۳ دفعه} \end{array} \right| \rightarrow \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{2}{3} \right)^2 \left(\frac{1}{3} \right)^2 \end{aligned}$$

اگر پیشامد آنکه فقط ۲ بار موفقیت حاصل شود را A بنامیم، آنگاه طبق

نمودار درختی داریم:

$$P(A) = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{2}{3} \right)^2 \left(\frac{1}{3} \right)^2 + \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{2}{3} \right)^2 \left(\frac{1}{3} \right)^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{4}{9} \times \frac{1}{9} + \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{4}{9} \times \frac{1}{9}$$

$$= \frac{4}{27} + \frac{2}{9} = \frac{4+6}{27} = \frac{10}{27}$$

(آمار و احتمال - احتمال، صفحه‌های ۵۱ تا ۵۲)

(سراسری تبریز - ۹۰)

-۲۷

f_i	مرکزدسته				
	۱۱	۱۵	۱۹	۲۳	۲۷
۳	۴	۷	x	۱	

$$\bar{x} = \frac{11 \times 3 + 15 \times 4 + 19 \times 7 + 23 \times x + 27 \times 1}{15 + x} = 18 / 4$$

$$\Rightarrow \frac{253 + 23x}{15 + x} = 18 / 4 \Rightarrow 253 + 23x = 276 + 18 / 4x$$

$$\Rightarrow 4 / 4x = 23 \Rightarrow x = 5$$

$$\theta_4 = \frac{f_4}{n} \times 360^\circ = \frac{5}{20} \times 360^\circ = 90^\circ$$

(آمار و احتمال - آمار توصیفی، صفحه‌های ۷۴ تا ۸۵)

فیزیک ۲

$$Q_2 = Q_1 + \frac{2}{100} Q_1 \Rightarrow Q_2 = 1/2 Q_1$$

$$U_2 = U_1 + 16 \xrightarrow{\frac{U-Q^r}{2C}} \frac{Q_2}{2C} = \frac{Q_1}{2C} + 16$$

$$\Rightarrow \frac{Q_2 - Q_1}{2C} = 16 \xrightarrow{Q_2 = 1/2 Q_1} \frac{1/44 Q_1 - Q_1}{2 \times 22} = 16$$

$$\Rightarrow 0/44 Q_1 = 44 \times 16 \Rightarrow Q_1 = 100 \times 16$$

$$\Rightarrow Q_1 = 10 \times 4 \Rightarrow Q_1 = 40 \mu C$$

(فیزیک ۲ - الکتریسیتی ساکن: صفحه های ۳۲ تا ۳۰)

(سوال ۳۴) (کتاب آین)

-۳۴

با توجه به این که جرم دو سیم و نیز جنس آنها یکسان است، می توانیم حجم آنها را نیز مساوی در نظر بگیریم. بنابراین داریم:

$$\begin{cases} \rho_A = \rho_B \\ m_A = m_B \end{cases} \Rightarrow A_A L_A = A_B L_B \Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \frac{A_B}{A_A}$$

$$\xrightarrow{\frac{A_B = (d_B)^r}{A_A = (d_A)^r}} \frac{L_A}{L_B} = \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^r$$

حال برای مقایسه مقاومت های A و B داریم:

$$R = \rho \frac{L}{A} \xrightarrow{\text{هم جنس هستند}} \frac{R_A}{R_B} = \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A} = \left(\frac{L_A}{L_B}\right)^r$$

$$\Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^r \xrightarrow{d_A = \sqrt{r} d_B} \frac{R_A}{R_B} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^r$$

$$\Rightarrow R_A = 2/5 \Omega$$

(فیزیک ۲ - برحیان الکتریکی و مدارهای برحیان مستقیم: صفحه های ۵۰ و ۵۱)

(سوال ۳۵) (کتاب آین)

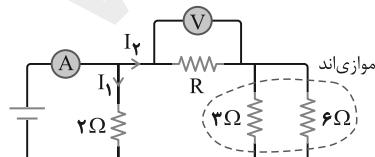
-۳۵

در ابتدا به جای دو مقاومت موازی 6Ω و 3Ω ، مقاومت معادل آنها یعنی 2Ω را

$$R' = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{3 \times 6}{9} \Rightarrow R' = 2 \Omega$$

قرار می دهیم:

مدار به صورت زیر ساده می شود:



از طرفی اختلاف پتانسیل بین دو نقطه A و B را از دو مسیر I_1 و I_2 با هم

مساوی قرار می دهیم:

(سوال ۳۶) (کتاب آین)

-۳۶

در این سوال باید مشخص کنیم، اندازه اولیه هر یک از دو بار مشابه $+q$ چقدر باشد تا اگر $C = 2$ از بارها کم کرده و به بار دیگر اضافه کنیم، در همان فاصله نیروی بین آنها از $F = 640 N$ به $F' = 600 N$ تغییر کند. چون فاصله بین دو بار الکتریکی ثابت و اندازه نیروی بین دو بار در حالت های اول و دوم معلوم است، برای محاسبه بار q از رابطه مقایسه ای قانون کولن استفاده می کنیم:

$+q$: حالت اول

$q - 2$: حالت دوم

$$q_1 = q \Rightarrow q'_1 = (q - 2) \mu C$$

$$q_2 = q \Rightarrow q'_2 = (q + 2) \mu C$$

$$\frac{F'}{F} = \frac{|q'_1|}{|q_1|} \times \frac{|q'_2|}{|q_2|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \xrightarrow{F = 640 N, F' = 600 N} \frac{600}{640} = \frac{q - 2}{q} \times \frac{q + 2}{q} \times 1 \Rightarrow \frac{15}{16} = \frac{q^2 - 4}{q^2}$$

$$\Rightarrow 15q^2 = 16q^2 - 64 \Rightarrow q^2 = 64 \Rightarrow q = \pm 8 \mu C$$

(فیزیک ۲ - الکتریسیتی ساکن: صفحه های ۵ تا ۱۰)

(سوال ۳۷) (کتاب آین)

-۳۷

با داشتن $d = AB = 2 cm$ و $E = 3000 \frac{N}{C}$ ، با استفاده از رابطه

$$E = \frac{\Delta V}{d}, \text{ اختلاف پتانسیل بین دو نقطه A و B} \text{ یعنی } (V_A - V_B) \text{ را}$$

به دست می آوریم. توجه کنید، چون در جهت خطوط میدان الکتریکی پتانسیل الکتریکی نقاط میدان کاهش می یابد، $V_A > V_B$ است، لذا $V_A - V_B > 0$.

$$E = \frac{V_A - V_B}{d} \xrightarrow{d = AB = 2 cm = 2 \times 10^{-2} m} E = 3000 \frac{N}{C}$$

$$3000 = \frac{V_A - V_B}{2 \times 10^{-2}} \Rightarrow V_A - V_B = 60 V$$

(فیزیک ۲ - الکتریسیتی ساکن: صفحه های ۲۷ تا ۳۰)

(سوال ۳۸) (کتاب آین)

-۳۸

چون ظرفیت (C)، تغییر بار الکتریکی و تغییر انرژی خازن معلوم است، با استفاده از رابطه $U = \frac{Q^2}{2C}$ ، بار اولیه خازن را به دست می آوریم. توجه کنید

چون یکای هر سه کمیت C ، Q و U دارای پیشوند میکرو است، نیازی به تبدیل واحد نداریم. با توجه به سوال داریم:



رابطه $F = I\ell B \sin \theta$ به دست می‌آید که در آن θ زاویه بین جهت جریان و جهت میدان مغناطیسی است.

$$F = I\ell B \sin \theta \xrightarrow{I=5A, B=0.2T} \\ \theta=30^\circ, L=10^{-2}m$$

$$F = 5 \times 1 \times 10^{-2} \times 0.2 \times \sin 30^\circ = 5 \times 10^{-4} N$$

(فیزیک ۲ - مغناطیسی: صفحه‌های ۹۶ تا ۹۵)

(سوال ۱۸۶۱ کتاب آی)

-۳۸

بزرگی میدان مغناطیسی درون سیمولوله از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{L} \xrightarrow{B=0.2T, I=2A} \\ L=1cm=10^{-2}m$$

$$0.012 = 12 \times 10^{-2} \times \frac{N \times 2}{1 \times 10^{-2}} \Rightarrow N = 50$$

(فیزیک ۲ - مغناطیسی: صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۰)

(سوال ۱۹۳۷ کتاب آی)

-۳۹

با توجه به قانون فاراده، $\bar{E} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ ، نیروی محرکه القا شده در حلقه با

شیب شار نسبت به زمان رابطه مستقیم دارد. بنابراین در نمودار تغییرات شار نسبت به زمان، در هر مرحله‌ای که شیب نمودار بیشتر است، نیروی محرکه القا شده بزرگ‌تر است:

$$\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{\Phi_{max} - 0}{\Delta t} = \frac{\Phi_{max}}{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = 0 \text{ تا } 10 \text{ ثانیه}$$

$$\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = 0 \text{ تا } 18 \text{ ثانیه} \quad \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = 0 \text{ تا } 20 \text{ ثانیه}$$

و در بازه ۱۸ تا ۲۰ ثانیه، چون همان امتداد خط قبلی است شبیه مشابه آن دارد. بنابراین با مقایسه اندازه شیب‌های به دست آمده پیداست که شیب مرحله اول بزرگ‌تر است.

(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۶)

(سوال ۲۰۴۹ کتاب آی)

-۴۰

برای یافتن بیشینه انرژی ذخیره شده در سیمولوله از رابطه

$$U_{max} = \frac{1}{2} L I_{max}^2 \text{ استفاده می‌کنیم، بنابراین داریم:}$$

$$I = 5 \sin(50\pi t) \Rightarrow I_m = 5A$$

$$U_{max} = \frac{1}{2} L I_{max}^2 \xrightarrow{L=0.4H, I_m=5A}$$

$$U_{max} = \frac{1}{2} \times 0.4 \times (5)^2 = 0.5J = 500mJ$$

(فیزیک ۲ - القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۶)

$$V_A - V_B = 2I_1 = V + 2I_2 \xrightarrow{V=10V} 2I_1 = 10 + 2I_2 \quad (1)$$

با توجه به شکل می‌توان دریافت که جریان عبوری از آمپرسنچ (I) به دو جریان I_1 و I_2 تقسیم شده است، یعنی:

$$I = I_1 + I_2 \xrightarrow{I=15A} I_1 + I_2 = 15A \quad (2)$$

حال با حل دستگاه دو معادله (1) و (2) داریم:

$$2I_1 = 10 + 2I_2 \Rightarrow \begin{cases} I_1 = 10A \\ I_2 = 5A \end{cases}$$

حال برای پیدا کردن مقاومت R داریم:

$$V = RI_2 \xrightarrow{V=10V, I_2=5A} 10 = R \times 5 \Rightarrow R = 2\Omega$$

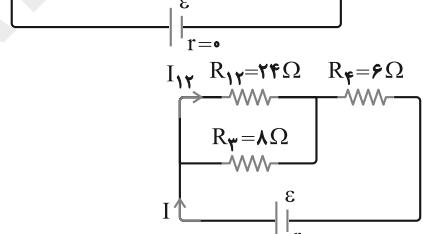
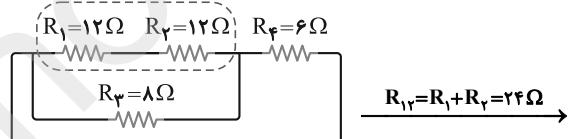
(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۱ تا ۶۷)

(سوال ۱۹۶۱ کتاب آی)

-۳۶

مقاومت‌های R_1 و R_2 متواالی‌اند، پس جریان عبوری از آنها یکسان و برابر جریان عبوری از شاخه مربوط به آنها است، به عبارتی داریم:

متواالی‌اند



حال اگر جریان عبوری از مقاومت R_4 را I بنامیم، این جریان در شاخه‌های شامل مقاومت‌های R_{12} و R_3 تقسیم می‌شود (چون این شاخه‌ها

$$V_{12} = V_3 \Rightarrow R_{12}I_{12} = R_3I_3 \xrightarrow{R_{12}=24\Omega, R_3=8\Omega} I_{12} = I_3 = \frac{I}{2}$$

$$24I_{12} = 8I_3 \xrightarrow{I_{12}+I_3=I} I_{12} = I_3 = \frac{1}{2}I$$

حال برای مقایسه توان مصرفی مقاومت‌ها داریم:

$$P = RI^2 \Rightarrow \frac{P_4}{P_1} = \frac{R_4}{R_1} \times \left(\frac{I_4}{I_1}\right)^2 \xrightarrow{R_4=6\Omega, R_1=12\Omega} \frac{P_4}{P_1} = \frac{1}{2}$$

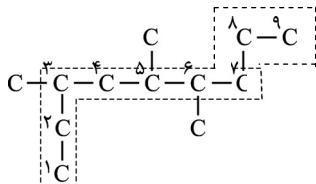
$$\frac{P_4}{P_1} = \left(\frac{6}{12}\right) \times \left(\frac{I}{2}\right)^2 \Rightarrow \frac{P_4}{P_1} = \frac{1}{4}$$

(فیزیک ۲ - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۶۱ تا ۶۷)

(سوال ۱۸۱۲ کتاب آی)

-۳۷

نیروی وارد بر هر سانتی‌متر (cm) از سیم راست و بلند حامل جریان میدان مغناطیسی $0.02T$ مدنظر است. می‌دانیم این نیرو از



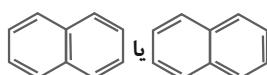
شماره گذاری زنجیر اصلی کربنی از سمت نزدیک‌تر به نخستین شاخه صورت می‌گیرد.

(شیمی ۳، صفحه‌های ۳۶ و ۳۷)

(سؤال ۱۴۹۰ کتاب آین)

-۴۴

عبارت «آ» نادرست است، ساختار نقطه - خط نفتالن به صورت زیر است:



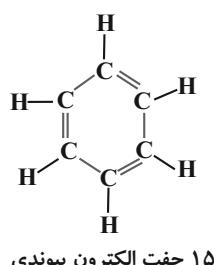
عبارت «ب» درست است:

$$\left. \begin{array}{l} C_6H_6 = (12 \times 6 + 6) = 78 \text{ g} \\ C_{10}H_8 = (12 \times 10 + 8) = 128 \text{ g} \end{array} \right\}$$

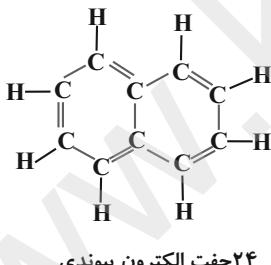
$$128 - 78 = 50 \text{ g.mol}^{-1}$$

عبارت «پ» درست است.

عبارت «ت» درست است.



۱۵ جفت الکترون پیوندی



۱۶ جفت الکترون پیوندی

(شیمی ۳، صفحه ۳۷)

(سؤال ۱۵۲۰ کتاب آین)

-۴۵

ابتدا گرمای لازم برای نمونه آب را بدست می‌آوریم و سپس از طریق آن جرم SO_3 لازم را محاسبه می‌کنیم.

$$Q = mc\Delta\theta = 1000 \times 4 / 2 \times 10 = 42 \times 10^3 \text{ J} = 42 \text{ kJ}$$

مطابق واکنش برای تولید 132 kJ گرما 80 g SO_3 وارد واکنش می‌شود که جرم SO_3 لازم برای تولید 42 kJ گرما برابر است با:

$$? \text{ g } SO_3 = 42 \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ mol } SO_3}{132 \text{ kJ}} \times \frac{80 \text{ g } SO_3}{1 \text{ mol } SO_3} = 25 / 5 \text{ g } SO_3$$

(شیمی ۳، صفحه‌های ۶۵ و ۶۶)

شیمی ۲

(سؤال ۱۴۲۰ کتاب آین)

-۴۱

مقایسه واکنش‌پذیری این سه فلز به صورت مقابل است:

پس:

واکنش (پ) $\leftarrow Li$ واکنش (الف) $\leftarrow Na$ واکنش (ب) $\leftarrow K$

گزینه «۱» درست. هر یک از فلزات گروه یک، فعال‌ترین فلز در دوره خود هستند. پس فلز K ، فعال‌ترین فلز دوره چهارم است.

گزینه «۲» درست. واکنش (ب)، واکنش بین فلز Na با گاز Cl_2 است که با تولید نور زرد رنگ همراه است و محصول این واکنش نمک سفید رنگ $NaCl$ یا همان نمک خوارکی است.

گزینه «۳» نادرست. در واکنش (پ) فلز K با گاز Cl_2 واکنش می‌دهد.

گزینه «۴» درست. در دوره دوم فقط یک شبه‌فلز وجود دارد.

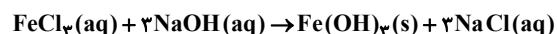
(شیمی ۳، صفحه ۱۲)

-۴۲

(سؤال ۱۴۹۰ کتاب آین)

$$? \text{ g } NaOH = 250 \text{ mL} \quad (\text{ناخالص})$$

$$\begin{aligned} & \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}} \times \frac{2 \text{ mol } NaOH}{1 \text{ L}} \times \frac{40 \text{ g } NaOH}{1 \text{ mol } NaOH} \\ & \times \frac{100 \text{ g } NaOH}{80 \text{ g } NaOH} = 25 \text{ g } NaOH \quad (\text{ناخالص}) \end{aligned}$$

سپس جرم $Fe(OH)_3$ حاصل را محاسبه می‌کنیم:

$$0 / 1 \text{ L } NaOH \times \frac{1 \text{ mol } NaOH}{1 \text{ L } NaOH}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol } Fe(OH)_3}{3 \text{ mol } NaOH} \times \frac{107 \text{ g } Fe(OH)_3}{1 \text{ mol } Fe(OH)_3} \approx 7 / 1 \text{ g } Fe(OH)_3$$

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۹ و ۲۲ تا ۲۵)

-۴۳

(سؤال ۱۴۲۳ کتاب آین)

اگر ترکیب داده شده را بدون اتم‌های H نشان دهیم:

۳، ۵، ۶- تری متیل نونان

$$\Rightarrow \text{جرم مخلوط واکنش در ثانیه } ۱۰ = ۷۰ - ۸ / ۸ = ۶۱ / ۲\text{g}$$

$$\bar{R}_{\text{HCl}} = ۰ / ۰۲ \frac{\text{mol}}{\text{L.s}} \times ۰ / \Delta t = ۰ / ۰۱ \text{mol.s}^{-1} \quad (\text{ده ثانیه سوم})$$

$$\bar{R}_{\text{CO}_2} = \frac{\bar{R}_{\text{HCl}}}{۲} \Rightarrow \bar{R}_{\text{CO}_2} = \frac{۰ / ۰۱}{۲} = ۵ \times ۱۰^{-۳} \text{mol.s}^{-1}$$

$$?g\text{CO}_2 = ۱۰\text{s} \times ۵ \times ۱۰^{-۳} \frac{\text{mol}}{\text{s}} \times \frac{۴۴\text{gCO}_2}{\text{mol}} = ۲ / ۲\text{gCO}_2$$

$$\Rightarrow ۲۰ = ۵۴ / ۶ + ۲ / ۲ = ۵۶ / ۸\text{g}$$

$$\text{جرم مخلوط واکنش در ثانیه } ۱۰ = ۶۱ / ۲ - ۵۶ / ۸ = ۴ / ۴\text{gCO}_2$$

$$? \text{molCO}_2 = ۴ / ۴\text{gCO}_2 \times \frac{۱\text{molCO}_2}{۴\text{gCO}_2} = ۰ / ۱\text{molCO}_2$$

$\Rightarrow ۰ / ۱\text{molCaCl}_2$ تولید می شود

$$\bar{R}_{\text{CaCl}_2} = \frac{۰ / ۱\text{mol}}{۰ / \Delta t \times ۱\text{s}} = ۰ / ۰۲\text{mol.L}^{-1}\text{s}^{-1}$$

(شیمی ۲، صفحه های ۸۶ تا ۸۸)

(سؤال ۹۱۵ کتاب آین)

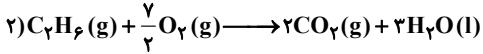
(سؤال ۱۵۵ کتاب آین)

-۴۶

واکنش های سوختن متان و اتان به صورت زیر می باشد:



$$\Delta H_1 = -۸۹۰\text{kJ}$$



$$\Delta H_2 = -۲۲۲۰\text{kJ}$$

حال گرمای آزاد شده برای تولید یک مول CO_2 را در هر یک از واکنش ها

به دست می آوریم:

$$\left. \begin{aligned} 1) ?\text{kJ} &= ۱\text{molCO}_2 \times \frac{۸۹۰\text{kJ}}{۱\text{molCO}_2} = ۸۹۰\text{kJ} : Q_1 \\ 2) ?\text{kJ} &= ۱\text{molCO}_2 \times \frac{۲۲۲۰\text{kJ}}{۲\text{molCO}_2} = ۱۱۱۰\text{kJ} : Q_2 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow Q_2 - Q_1 = +۲۲۰\text{kJ}$$

(شیمی ۲، صفحه های ۶۱ تا ۶۳)

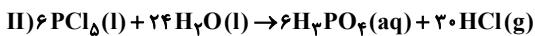
-۴۷

(سؤال ۱۶۲ کتاب آین)

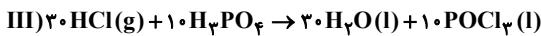
-۴۷

با استفاده از قانون هس به صورت زیر به واکنش مورد نظر می رسیم:

واکنش اول را به همان صورت می نویسیم؛ واکنش دوم را در ۶ ضرب می کنیم
و واکنش سوم را معکوس کرده و در ۱۰ ضرب می کنیم.



$$\Delta H_2 = ۶ \times (-۱۳۶)\text{kJ}$$



$$\Delta H_3 = -۱۰ \times (-۶۸)\text{kJ}$$

$$\Delta H = -۳۹۷ + ۶ \times (-۱۳۶) + ۱۰ \times ۶۸ = -۵۳۳\text{kJ}$$

$$۲۶۶ / ۵\text{kJ} \times \frac{۱\text{mol POCl}_3}{۵۳۳\text{kJ}} = ۵\text{mol POCl}_3$$

(شیمی ۲، صفحه های ۷۱ تا ۷۴)

-۴۸

(سؤال ۱۷۶ کتاب آین)

کاهش جرم مخلوط واکنش به دلیل خروج گاز CO_2 از واکنش است.

معادله واکنش به صورت زیر است:



$$\bar{R}_{\text{HCl}} = ۰ / ۰۲ \frac{\text{mol}}{\text{L.s}} \times ۰ / \Delta t = ۰ / ۰۴\text{mol.s}^{-1} \quad (\text{ده ثانیه اول})$$

$$\bar{R}_{\text{CO}_2} = \frac{\bar{R}_{\text{HCl}}}{۲} \Rightarrow \bar{R}_{\text{CO}_2} = \frac{۰ / ۰۴}{۲} = ۰ / ۰۲\text{mol.s}^{-1}$$

$$?g\text{CO}_2 = ۱\text{s} \times ۰ / ۰۲ \frac{\text{mol}}{\text{s}} \times \frac{۴۴\text{gCO}_2}{\text{mol}} = ۱ / ۸\text{gCO}_2$$

(سؤال ۹۰۸ کتاب آین)

-۵۰

این ترکیب دارای یک گروه استری، دو گروه هیدروکسیل، یک حلقه

آروماتیک و یک اکسیژن اتری است. می تواند پیوند هیدروژنی تشکیل دهد

چون هیدروژن متصل به اکسیژن دارد. در آن ۴ اتم کربن وجود دارد که به

هیچ اتم هیدروژنی وصل نیستند. فرمول مولکولی این ترکیب $\text{C}_{15}\text{H}_{20}\text{O}_5$

می باشد.

(شیمی ۲، صفحه های ۶۷ و ۶۹)



$$\widehat{ABC} = 90^\circ$$

$$\Delta ABC : \sin 60^\circ = \frac{BC}{AC} \quad AC=2AB \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BC}{4\sqrt{3}} \Rightarrow BC = 6$$

$$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \times BC = \frac{1}{2} (2\sqrt{3})(6) = 6\sqrt{3}$$

(ریاضی ا- مثیلت: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۹)

(سوال ۱۴۵۷ کتاب آموزش ریاضیات پایه)

-۵۳

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{2}{3} \Rightarrow \sin x = \frac{2}{3} \cos x$$

$$\Rightarrow A = \frac{4}{\frac{2}{3} \cos x} + \frac{2+2\cos x}{\cos x} = \frac{6}{\cos x} + \frac{2}{\cos x} + 2 = \frac{8}{\cos x} + 2 (*)$$

کافی است $\cos x$ را بیابیم:

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\xrightarrow[\cos x > 0]{} \cos x = \sqrt{\frac{1}{1 + \tan^2 x}} = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{4}{9}}} = \frac{3}{\sqrt{13}}$$

$$\xrightarrow[*]{} A = \frac{8}{\frac{3}{\sqrt{13}}} + 2 = \frac{8\sqrt{13}}{3} + 2$$

(ریاضی ا- مثیلت: صفحه‌های ۴۶ تا ۴۹)

(سوال ۱۴۵۸ کتاب آموزش ریاضیات پایه)

-۵۴

$$x = \sqrt[3]{1+\sqrt{2}} + \sqrt[3]{\sqrt{2}-1}$$

فرض می‌کنیم $a = \sqrt[3]{\sqrt{2}+1}$ و $b = \sqrt[3]{\sqrt{2}-1}$. طرفین تساوی را به توان ۳

می‌رسانیم و از اتحاد زیر استفاده می‌کنیم:

$$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$$

$$x = a+b \Rightarrow x^3 = (\sqrt[3]{\sqrt{2}+1}) + (\sqrt[3]{\sqrt{2}-1}) + 3(\sqrt[3]{\sqrt{2}-1})x$$

$$\Rightarrow x^3 - 3x = 2\sqrt{2}$$

(ریاضی ا- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری: صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

ریاضی ۱

(سوال ۱۶۱ کتاب آموزش ریاضیات پایه)

-۵۱

جملات دوم، پنجم و دوازدهم یک دنباله حسابی با جمله اول t_1 و
قدرنسبت d به صورت زیر است:

$$t_2 = t_1 + d, \quad t_5 = t_1 + 4d, \quad t_{12} = t_1 + 11d$$

از طرفی اگر x, y و z سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، رابطه

$$y^2 = x \cdot z$$

$$t_5^2 = t_2 \cdot t_{12} \Rightarrow (t_1 + 4d)^2 = (t_1 + d)(t_1 + 11d)$$

$$\Rightarrow t_1^2 + 8t_1d + 16d^2 = t_1^2 + 12t_1d + 11d^2$$

$$\Rightarrow 5d^2 = 4t_1d \xrightarrow[d \neq 0]{} t_1 = \frac{5}{4}d \quad (*)$$

قدرنسبت دنباله هندسی، از نسبت یک جمله به جمله قبلی آن
به دست می‌آید.

$$\Rightarrow r = \frac{t_1 + 4d}{t_1 + d} = \frac{\frac{5}{4}d + 4d}{\frac{5}{4}d + d} = \frac{\frac{21}{4}d}{\frac{9}{4}d} = \frac{21}{9} = \frac{7}{3}$$

(ریاضی ا- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

(سوال ۱۴۵۹ کتاب آموزش ریاضیات پایه)

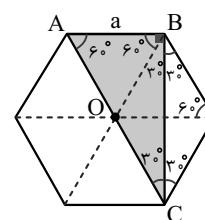
-۵۲

مساحت شش‌ضلعی منتظم به ضلع a برابر با $\frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$ است. بنابراین داریم:

$$18\sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2 \Rightarrow a^2 = 12 \Rightarrow a = 2\sqrt{3}$$

در شکل زیر، اگر قطرهای شش‌ضلعی منتظم را رسم کنیم، با توجه به زوایای

تشکیل شده، خواهیم داشت:





شرط تابع بودن را برآورده نمی‌کنند، پس $m = 5$ قابل قبول است.

$$\Rightarrow f = \{(-1, 2), (5, 6), (2, 5)\}$$

اگر نقطه (a, b) بالای نیم‌ساز ناحیه اول باشد، باید $a < b < 0$ باشد.

بنابراین تنها دو نقطه $(2, 5)$ و $(5, 6)$ این شرایط را دارند.

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۰)

(سوال ۱۰۵۹ کتاب آبی ریاضیات پایه)

-۵۸

تابع f ، تابعی ثابت است.

$$\Rightarrow \begin{cases} b - 2 = 0 \Rightarrow b = 2 \\ a - b - 1 = 0 \Rightarrow a - 2 - 1 = 0 \Rightarrow a = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = c + 2$$

از طرفی چون برد تابع f برابر با $\{2c - 3\}$ است، پس داریم:

$$2c - 3 = c + 2 \Rightarrow c = 5$$

$$\Rightarrow a + b + c = 10$$

(ریاضی ۱- تابع: صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

(سوال ۱۰۶۵ کتاب آبی آمار و احتمال و ریاضیات کسرسته)

-۵۹

چون در دهمین پرتاب باید برای سومین بار «رو» بیاید، باید در ۹ پرتاب قبلی فقط دو بار «رو» آمده باشد. بنابراین تعداد حالات مطلوب برابر است با:

$$\binom{9}{2} = 36$$

(ریاضی ۱- شمارش بروون شمردن: صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

(سوال ۱۰۵۴ کتاب آبی آمار و احتمال و ریاضیات کسرسته)

-۶۰

فضای نمونه‌ای شامل تمام حالت‌های انتخاب ۳ مهره از میان ۹ مهره است.

$$n(S) = \binom{9}{3} = 84 \quad \text{داریم:}$$

اگر فقط یکی از مهره‌های انتخابی سفید باشد، دو مهره دیگر باید به دلخواه

از میان مهره‌های قرمز یا سیاه انتخاب شوند. اگر پیشامد مطلوب را A بنامیم، داریم:

$$n(A) = \binom{4}{1} \times \binom{5}{2} = 4 \times 10 = 40$$

↓ ↓
دومهره قرمز یا سیاه یکمهره سفید

$$\Rightarrow P(A) = \frac{40}{84} = \frac{10}{21}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

(سوال ۱۰۵۰ کتاب آبی ریاضیات پایه)

-۵۵

$$x = -\frac{b}{2a} \Rightarrow x = \frac{m}{2}$$

$$y = x^2 - mx + m + 1$$

$$\frac{x = \frac{m}{2}}{y = \frac{m^2}{4} - \frac{m^2}{2} + m + 1 = \frac{-m^2 + 4(m+1)}{4}}$$

رأس سهمی بر روی خط $y = x + 1$ قرار دارد، بنابراین مختصات رأس

سهمی در معادله خط صدق می‌کند. پس داریم:

$$\frac{-m^2 + 4(m+1)}{4} = \frac{m}{2} + 1$$

$$\Rightarrow 4m + 4 - m^2 = 2m + 4 \Rightarrow m^2 - 2m = 0$$

$$\Rightarrow m(m-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$$

(ریاضی ۱- معادله ها و نامعادله ها: صفحه های ۷۸ تا ۸۳)

(سوال ۱۰۶۰ کتاب آبی ریاضیات پایه)

-۵۶

در عبارت درجه دوم $ax^2 + bx + c$ ، علامت عبارت بین ریشه‌ها، مخالف

علامت a است. از آنجا که علامت عبارت $4 - 2x^2 + ax + 4 = 0$ در

بازه $[-2, k]$ مثبت است، پس $x = -2$ یک جواب

معادله $-2x^2 + ax + 4 = 0$ است و در معادله صدق می‌کند.

$$\Rightarrow -2(-2)^2 + a(-2) + 4 = 0 \Rightarrow -8 - 2a + 4 = 0 \Rightarrow a = -2$$

بنابراین نامعادله به صورت $0 \geq -2x^2 - 2x + 4$ است، در نتیجه داریم:

$$-2(x^2 + x - 2) \geq 0 \Rightarrow x^2 + x - 2 \leq 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(x+2) \leq 0 \Rightarrow -2 \leq x \leq 1$$

$$\Rightarrow x \in [-2, 1] \xrightarrow{a=-2} a+k = -1$$

(ریاضی ۱- معادله ها و نامعادله ها: صفحه های ۸۳ تا ۸۶)

(سوال ۱۰۶۹ کتاب آبی ریاضیات پایه)

-۵۷

در یک تابع، اگر دو زوج مرتب با مؤلفه‌های اول برابر وجود داشته باشد،

مؤلفه‌های دوم آنها نیز باید برابر باشند، پس:

$$(7, m^2 - 4m) = (7, 5) \Rightarrow m^2 - 4m = 5$$

$$\Rightarrow m^2 - 4m - 5 = 0 \Rightarrow (m-5)(m+1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 5 \end{cases}$$

به ازای $m = -1$ دو زوج مرتب $(2, -1)$ و $(6, -1)$ را خواهیم داشت که



$$AC \parallel BD \Rightarrow \frac{OC}{CD} = \frac{OA}{AB} \quad (1)$$

$$BC \parallel ED \Rightarrow \frac{OC}{CD} = \frac{OB}{BE} \quad (2)$$

$$(1) \text{ و } (2) \Rightarrow \frac{OA}{AB} = \frac{OB}{BE} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{8}{BE}$$

$$\Rightarrow BE = \frac{40}{3} = \frac{39+1}{3} = 13 \frac{1}{3}$$

(هنرسه - قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۳)

(سراسری فارج از کشور تبریز - ۹۰)

-۶۴

ضلع a از مثلث اول، نمی‌تواند با ضلع b از مثلث دوم متناسب باشد، زیرا

$$\frac{a}{b} = \frac{4}{9} = \frac{5}{\gamma} \quad \text{و} \quad \frac{a}{b} = \frac{4}{\gamma} = \frac{5}{9}$$

برقرار نیستند.

بنابراین ضلع a از مثلث اول با ضلع به طول ۷ یا ۹ از مثلث دوم متناسب است. اما برای اینکه a بیشترین مقدار باشد، باید با ضلع بزرگتر یعنی ۹ متناسب باشد. در این صورت یکی از دو حالت زیر اتفاق می‌افتد:

$$\begin{cases} \frac{a}{9} = \frac{4}{\gamma} = \frac{5}{b} \Rightarrow a = \frac{36}{\gamma} \\ \frac{a}{9} = \frac{4}{b} = \frac{5}{\gamma} \Rightarrow a = \frac{45}{\gamma} \end{cases}$$

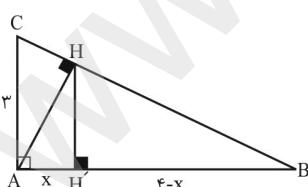
بنابراین، بیشترین مقدار ممکن برای a ، برابر با $\frac{45}{\gamma}$ است.

(هنرسه - قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

(سراسری ریاضی - ۸۹)

-۶۵

راه حل اول:



$$AB = AH' + H'B = x + (4 - x) = 4$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{AC^2 + AB^2} = \sqrt{9 + 16} \Rightarrow BC = 5$$

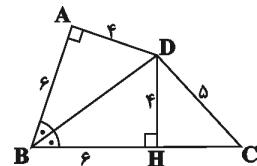
$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow BH = \frac{AB^2}{BC} = \frac{16}{5}$$

$$HH' \parallel AC \xrightarrow{\text{تمم قضیه تالس}} \frac{BH'}{AB} = \frac{BH}{BC} \Rightarrow \frac{4-x}{4} = \frac{5}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{4-x}{4} = \frac{16}{25} \Rightarrow 4-x = \frac{64}{25}$$

(سوال ۲۵ کتاب آمیخته)

-۶۱



از D بر BC عمود می‌کنیم، چون D روی نیمساز زاویه ABC واقع است، پس:

$$BH = AB = 6$$

$$DH = AD = 4$$

در مثلث قائم‌الزاویه DHC طبق قضیه فیثاغورس داریم:

$$HC = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$$

$$\Rightarrow BC = BH + HC = 6 + 3 = 9$$

(هنرسه - ترسیم‌های هندسی و استرال، صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

(سراسری ریاضی - ۸۳)

-۶۲

می‌دانیم که در هر مثلث مجموع هر دو ضلع از ضلع سوم بزرگ‌تر است، پس باید سه نامعادله زیر هم‌زمان برقرار باشند.

$$1) (x+7) + (4x-4) > 6x \Rightarrow 5x + 3 > 6x \Rightarrow x < 3$$

$$2) (x+7) + 6x > 4x - 4 \Rightarrow 7x + 7 > 4x - 4 \Rightarrow$$

$$3x > -11 \Rightarrow x > -\frac{11}{3}$$

$$3) 6x + (4x-4) > x+7 \Rightarrow 10x - 4 > x + 7$$

$$\Rightarrow 9x > 11 \Rightarrow x > \frac{11}{9}$$

اشتراک سه بازه بدست آمده برابر است با:

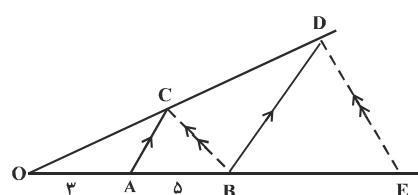
$$\frac{11}{9} < x < 3 \quad \text{و} \quad 6x < 4x - 4 \quad \text{و} \quad x + 7 < 4x - 4$$

توجه کنید به ازاء $x < 3$ طول اضلاع مثلث یعنی $4x-4$ ، $6x$ و $x+7$ همواره مثبت هستند، بنابراین کل این بازه قابل قبول است.

(هنرسه - ترسیم‌های هندسی و استرال، صفحه ۲۷)

(سراسری فارج از کشور تبریز - ۹۰)

-۶۳





(سؤال ۵۱۲ کتاب آین)

-۶۸

مساحت چندضلعی بزرگتر را S و مساحت چندضلعی کوچکتر را S'

می‌نامیم. داریم:

$$\left. \begin{aligned} S &= i + \frac{b}{2} - 1 = 12 + \frac{14}{2} - 1 = 18 \\ S' &= i + \frac{b}{2} - 1 = 3 + \frac{7}{2} - 1 = 5 / 5 \end{aligned} \right\}$$

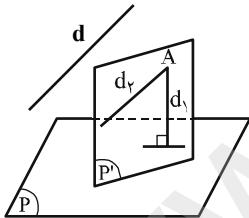
$$\Rightarrow S - S' = 18 - 5 / 5 = 12 / 5$$

$$\frac{S - S'}{S} = \frac{12 / 5}{18} = \frac{25}{36}$$

(هنرسه ا- پندرضلعی‌ها، صفحه‌های ۶۹ تا ۷۳)

(سراسری ریاضی - ۸۵)

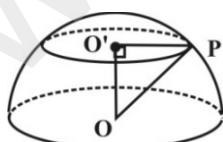
-۶۹

از نقطه A خط d_1 را عمود بر صفحه P و خط d_2 را موازی خط d رسممی‌کنیم، صفحه P' شامل d_1 و d_2 بر صفحه P عمود و با خط d موازی است.حال اگر خط d عمود بر صفحه P باشد، آنگاه d_1 و d_2 بر هم منطبق بوده ودر این صورت صفحه P' موجود ولی منحصر به فرد نیست.

(هنرسه ا- تبعیم فضایی، صفحه‌های ۷۸ تا ۷۹)

(سؤال ۶۲۷ کتاب آین)

-۷۰



مطابق شکل داریم:

$$O'P^2 = OP^2 - OO'^2 = 1^2 - (0 / 6)^2 = 0 / 64$$

چون شعاع سطح مقطع همان $O'P$ است، پس مساحت سطح مقطع برابر است

$$A = \pi \times O'P^2 = \pi(0 / 64) = \frac{16\pi}{25}$$

با:

(هنرسه ا- تبعیم فضایی، صفحه‌های ۶۴ تا ۶۵)

$$\Rightarrow x = \frac{36}{25} = \frac{144}{100} = 1 / 44$$

راه حل دوم:

$$\Delta ABC : \begin{cases} AB = 4 \\ AC = 3 \end{cases} \xrightarrow{\hat{A}=90^\circ} BC = 5$$

$$\Rightarrow AH = \frac{AB \times AC}{BC} = \frac{3 \times 4}{5} = \frac{12}{5}$$

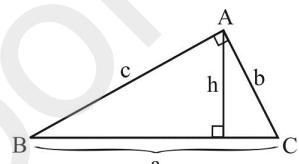
$$\Delta ABH : AH^2 = AH' \times AB \Rightarrow \left(\frac{12}{5}\right)^2 = x \times 4$$

$$\Rightarrow x = \frac{144}{100} = 1 / 44$$

(هنرسه ا- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن، صفحه‌های ۳۴، ۳۷، ۴۱ و ۴۲)

(سراسری فارج از کشور تهریم - ۹۳)

-۶۶

با توجه به فرض مسئله $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}ah$ ، از طرفی با توجه به شکل

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}ah \text{ پس:}$$

$$\frac{1}{2}ah = \frac{1}{2}ah \Rightarrow h = \frac{1}{4}a$$

یعنی در مثلث قائم‌الزاویه ABC، طول ارتفاع وارد بر وتر، ربع طول وتر است

که این خاصیت مثلث‌های قائم‌الزاویه با زاویه حاده 15° می‌باشد.

(هنرسه ا- پندرضلعی‌ها، صفحه‌ای ۶۴)

(سراسری فارج از کشور ریاضی - ۸۵)

-۶۷

با استفاده از قضیه فیثاغورس، طول وتر مثلث به صورت زیر به دست می‌آید:

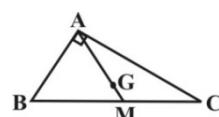
$$a^2 = (2\sqrt{11})^2 + 8^2 = 44 + 64 = 108 \Rightarrow a = 6\sqrt{3}$$

از آنجا که طول میانه وارد بر وتر در یک مثلث قائم‌الزاویه برابر نصف طول

ووتر است، پس با توجه به شکل، طول میانه AM برابر $3\sqrt{3}$ است. از طرفی

برای نقطه تلاقی میانه‌ها (مرکز نقل مثلث) که با G نمایش داده شده است

داریم:

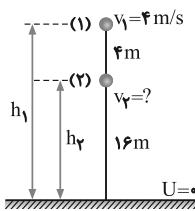


$$\frac{GM}{AM} = \frac{1}{3} \xrightarrow{AM=3\sqrt{3}} GM = \sqrt{3}$$

(هنرسه ا- پندرضلعی‌ها، صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)



در ارتفاع ۱۶ متری از سطح زمین می‌پردازیم، سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم. داریم:



$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2$$

$$\Rightarrow mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_2 + K_2 \quad \frac{v_1 = 4 \text{ m/s}, h_1 = 4 \text{ m}}{h_2 = 16 \text{ m}, g = 10 \text{ m/s}^2}$$

$$200 \text{ J} + 8 \text{ m} = 160 \text{ m} + K_2 \Rightarrow K_2 = 48 \text{ m} \quad (\text{J})$$

$$K_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2} \times m \times 16 = 8 \text{ m} \quad (\text{J})$$

بنابراین:

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{48 \text{ m}}{8 \text{ m}} = 6$$

(فیزیک ا-کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۲۸ و ۳۹ تا ۴۷)

(سوال ۲۶۴ کتاب آین)

-۷۴

ابتدا با داشتن بازده و توان مصرفی به محاسبه توان خروجی موتور الکتریکی می‌پردازیم و سپس با محاسبه توان تلف شده، مقدار گرمای تلف شده را می‌یابیم:

$$\frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{کل}}} = \frac{75}{100} = \frac{P_{\text{خروجی}}}{400} \Rightarrow P_{\text{خروجی}} = 300 \text{ W}$$

به کمک توان تلف شده، مقدار گرمای تلف شده برابر است با:

$$P_{\text{تلف شده}} = P_{\text{خروجی}} - P_{\text{کل}} = 100 \text{ W}$$

$$\Rightarrow P_{\text{تلف شده}} = \frac{Q}{t} = \frac{100}{60} = Q = 6000 \text{ J} = 6 \text{ kJ}$$

(فیزیک ا-کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۴۹ تا ۵۳)

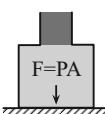
(سوال ۲۶۵ کتاب آین)

-۷۵

نیروی وارد بر کف ظرف از طرف مایع‌ها از رابطه $F = P \cdot A$ به دست می‌آید. در اینجا فشار وارد بر کف ظرف، حاصل از دو مایع است، بنابراین داریم:

$$P_{\text{کل}} = \rho_{\text{آب}}gh_{\text{آب}} + \rho_{\text{روغن}}gh_{\text{روغن}}$$

$$\rho_{\text{روغن}} = 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, \rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$



$$P_{\text{کل}} = 800 \times 10 \times 0 / 0.5 + 1000 \times 10 \times 0 / 1 = 400 + 1000 = 1400 \text{ Pa}$$

$$F = P \cdot A \quad P = 1400 \text{ Pa}, A = 5 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$F = 1400 \times 5 \times 10^{-3} = 7 \text{ N}$$

(فیزیک ا-ویزگی‌های فیزیکی موارد: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۵)

فیزیک ۱

(سوال ۲۶۳ کتاب آین)

-۷۱

با استفاده از روش تبدیل زنجیره‌ای و قواعد نمادگذاری علمی، هر یک از گزینه‌ها را بررسی می‌نماییم.

گزینه «۱» نادرست است؛ زیرا:

$$3 \text{ TW} = 3 \text{ TW} \times \frac{10^{12} \text{ W}}{1 \text{ TW}} \times \frac{1 \text{ MW}}{10^6 \text{ W}} = 3 \times 10^6 \text{ MW}$$

گزینه «۲» نادرست است؛ زیرا:

$$5 \text{ pm} = 5 \text{ pm} \times \frac{1 \text{ m}}{10^{12} \text{ pm}} \times \frac{10^6 \mu\text{m}}{1 \text{ m}} = 5 \times 10^{-6} \mu\text{m}$$

گزینه «۳» نادرست است؛ زیرا:

$$800 \text{ nm} = 800 \text{ nm} \times \frac{1 \text{ m}}{10^9 \text{ nm}} \times \frac{10^6 \mu\text{m}}{1 \text{ m}} = 800 \times 10^{-3} \mu\text{m}$$

$$(8 \times 10^{-3}) \times 10^{-3} \mu\text{m} = 8 \times 10^{-6} \mu\text{m} \rightarrow \text{نمادگذاری علمی}$$

گزینه «۴» درست است؛ زیرا:

$$3200 \text{ cm}^2 = 3200 \text{ cm}^2 \times \frac{1 \text{ m}^2}{(10^2)^2 \text{ cm}^2} = 3200 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$(3/2 \times 10^3) \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 3/2 \times 10^{-1} \text{ m}^2 \rightarrow \text{نمادگذاری علمی}$$

(فیزیک ا- فیزیک و اندازه‌گیری، صفحه‌های ۵ تا ۱۳)

(سوال ۲۶۰ کتاب آین)

-۷۲

ابتدا فرض می‌کنیم که مکعب با همان جرم 6 kg ، حفره ندارد و حجم آن را به کمک رابطه چگالی پیدا می‌کنیم. (بدهیه است که در صورت حفره‌دار بودن مکعب، حجم محاسبه شده کوچک‌تر از حجم در حالت حفره‌دار است.)

داریم:

$$\rho = \frac{m}{V'} \quad \frac{\rho = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}{m = 6 \text{ kg} = 6000 \text{ g}} \rightarrow \lambda = \frac{6000}{V'} \Rightarrow V' = \frac{6000}{\lambda} = 750 \text{ cm}^3$$

$$\left. \begin{array}{l} V = a^3 = 10^3 = 1000 \text{ cm}^3 \\ \text{ظاهری} \\ V' = 750 \text{ cm}^3 \end{array} \right\} \xrightarrow[V' > V]{\text{چون حجم ظاهری مکعب بیش تر از حجم واقعی آن است، بنابراین مکعب دارای حفره است و داریم:}}$$

$$V = V' - \text{حفره} = 1000 - 750 = 250 \text{ cm}^3$$

(فیزیک ا- فیزیک و اندازه‌گیری، صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

(سوال ۲۰۷ کتاب آین)

-۷۳

در اینجا نسبت انرژی جنبشی یک جسم در دو مکان را از مخواسته است.

ابتدا به کمک اصل پایستگی انرژی مکانیکی به محاسبه انرژی جنبشی جسم



(سؤال ۷۵ کتاب آین)

-۷۸

با استفاده از رابطه آهنگ رسانش گرما می‌توان نوشت:

$$\frac{Q}{t} = \frac{kA\Delta\theta}{L} = \frac{kA(\theta_2 - \theta_1)}{L}$$

$$k_{Al} = 240 \frac{W}{m \cdot K}, \theta_2 = 200^\circ C, \theta_1 = 0^\circ C \\ L = 1m, A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi \times (0.02)^2}{4} = 3.14 \times 10^{-4} m^2$$

$$\frac{Q}{t} = \frac{240 \times 3 \times 10^{-4} \times (200 - 0)}{1} \Rightarrow \frac{Q}{t} = 14.4 W$$

(فیزیک ا- دما و گرما: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۳۴)

(سؤال ۷۶ کتاب آین)

-۷۹

چون فرایند اببساطی است کار محیط روی گاز منفی است یعنی $J = -1650 J$. طبق قانون اول ترمودینامیک در فرایند بی‌دررو است. بنابراین: $\Delta U = W$

$$\Delta U = nC_V \Delta T \xrightarrow{C_V = \frac{3}{2}R, R = 8 J/mol \cdot K} \Delta U = -1650 J, n = 1 mol$$

$$-1650 = (1) \left(\frac{3}{2} \times 8 \right) \Delta T \Rightarrow \Delta T = -137.5 K$$

چون تغییر دما بر حسب کلوین و درجه سلسیوس برابر است پس:

$$\Delta \theta = -137.5^\circ C$$

علامت منفی یعنی دما کاهش یافته است.

(فیزیک ا- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۴ و ۱۵۷ تا ۱۵۸)

(سؤال ۷۷ کتاب آین)

-۸۰

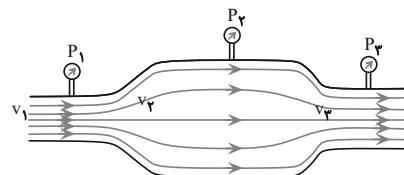
بر طبق قانون دوم ترمودینامیک به بیان یخچالی، هیچ‌گاه گرما به خودی خود از منبع دما پایین به منبع دما بالا نمی‌رود، بنابراین اگر در یک یخچالی نقض می‌شود.

دقیق در گزینه «۱» $W = 0$ و $Q_H > 0$ و $Q_L < 0$ است، در صورتی که در یخچال‌ها باید $Q_H < 0$ و $Q_L > 0$ باشد.

(فیزیک ا- ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۶۷ تا ۱۶۸)

(سؤال ۷۵ کتاب آین)

-۷۶



مطابق شکل می‌خواهیم تندی حرکت شاره و فشار آن را در ناحیه‌های (۱)، (۲) و (۳) بررسی کنیم.

در جریان پایای یک شاره لایه‌ای، هر چه سطح مقطع کوچک‌تر باشد، تندی شاره بیش‌تر و طبق اصل برنولی فشار شاره کم‌تر خواهد بود. بنابراین داریم:

$$A_2 > A_3 > A_1$$

$$\Rightarrow v_2 < v_3 < v_1$$

$$\Rightarrow P_1 > P_3 > P_2$$

(فیزیک ا- ویزکی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۸۲ تا ۸۴)

(سؤال ۷۶ کتاب آین)

-۷۷

ابتدا توان گرمایی ثابت گرمکن را با استفاده از اطلاعات سؤال به دست می‌آوریم:

$$P \cdot t = mL_F \xrightarrow{t = 10 \text{ min} = 10 \times 60 = 600 \text{ s}, m = 1 / 1 \text{ kg}} \frac{t}{L_F} = \frac{600}{334000} \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

$$P \times 600 = 1 / 1 \times 334000 \Rightarrow P = \frac{167}{3} W$$

خواسته سؤال مدت زمان مورد نیاز برای تبدیل ۱۰۰ گرم آب صفر درجه سلسیوس به ۱۰۰ گرم بخار آب ۱۰۰ درجه سلسیوس می‌باشد. با توجه به ثابت بودن توان گرمایی گرمکن داریم:

$$P \cdot t' = mc(\theta_2 - \theta_1) + mL_V \xrightarrow{m = 1 / 1 \text{ kg}, c = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ \text{C}}, \theta_2 = 100^\circ \text{C}, \theta_1 = 0^\circ \text{C}} P = \frac{167}{3} W, L_V = 2256000 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

$$\frac{167}{3} \times t' = 1 / 1 \times 4200 \times (100 - 0) + 1 / 1 \times 2256000$$

$$\Rightarrow t' = 480.7 \text{ s} \rightarrow t' = 8.0 \text{ min}$$

روش دوم: می‌دانیم توان گرمکن ثابت است بنابراین:

$$P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{Q_1}{t} = \frac{Q_2}{t'} \Rightarrow \frac{mL_F}{t} = \frac{mc\Delta\theta + mL_V}{t'}$$

$$\Rightarrow \frac{1 / 10 \times 334}{10 \text{ min}} = \frac{1 / 10 \times 4 / 2 \times 100 + 1 / 10 \times 2256}{t'} \Rightarrow t' \approx 8.0 \text{ min}$$

(فیزیک ا- دما و گرما: صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۰۵)

شیمی ۱

$$^{93}_{Z}B^{5+} \Rightarrow \begin{cases} e = Z - 5 \\ n = 93 - Z \end{cases}, n - e = 16$$

$$\Rightarrow 93 - Z - Z + 5 = 16 \Rightarrow Z = 41$$

ملاحظه می کنید اتم A با آرایش الکترونی $[Ar]^{10}4s^1$ دارای ۱۸ الکترون با $n = 3$ بوده و در تناوب چهارم و گروه ۱۱ قرار دارد. اتم B آرایش الکترونی $[Kr]^{4d^3}5s^2$ در گروه ۵ قرار دارد. اما اتم بعد از اتم B، یعنی عنصر ۴۲ جدول تناوبی با آرایش الکترونی $[Kr]^{4d^5}5s^1$ دارای ۹ الکترون با $n = 1$ است.

(شیمی ا، صفحه های ۵ و ۳۱ تا ۳۴)

(سوال ۱۶ کتاب آین)

-۸۴

گزینه «۱»: رنگ ترکیب هماتیت (Fe_2O_3 به همراه ناخالصی) و ترکیب بوکسیت (Al_2O_3 به همراه ناخالصی) به ترتیب قهوه ای و خاکستری می باشد. گزینه «۲»: برخی فلزها مانند طلا، پلاتین و ... در برابر اکسیژن اکسایش نمی یابند.

گزینه «۳»: هرچه ضخامت یک سیم بیشتر باشد، مقاومت آن در برابر جریان الکتریکی کمتر است.

(شیمی ا، صفحه های ۶۰ تا ۶۲)

(سوال ۱۷ کتاب آین)

-۸۵

گزینه «۱»:

$$Fe_2O_3 \Rightarrow \frac{\text{شمار آئیون ها}}{\text{شمار کاتیون ها}} = \frac{3}{2} \quad \left| \begin{array}{l} \text{شمار آئیون ها} \\ \text{شمار کاتیون ها} \end{array} \right. = \frac{3}{2} = \frac{3}{4}$$

$$K_2S \Rightarrow \frac{\text{شمار آئیون ها}}{\text{شمار آئیون ها}} = \frac{1}{1} \quad \left| \begin{array}{l} \text{شمار کاتیون ها} \\ \text{شمار آئیون ها} \end{array} \right. = \frac{1}{1} = \frac{1}{1}$$

گزینه «۲»:

$$Al_2O_3 \Rightarrow \frac{\text{شمار آئیون ها}}{\text{شمار کاتیون ها}} = \frac{3}{2} \quad \left| \begin{array}{l} \text{شمار آئیون ها} \\ \text{شمار کاتیون ها} \end{array} \right. = \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

$$CrO \Rightarrow \frac{\text{شمار آئیون ها}}{\text{شمار آئیون ها}} = \frac{1}{1} \quad \left| \begin{array}{l} \text{شمار کاتیون ها} \\ \text{شمار آئیون ها} \end{array} \right. = \frac{1}{1} = \frac{1}{1}$$

گزینه «۳»:

$$KCl \Rightarrow \frac{\text{شمار آئیون ها}}{\text{شمار کاتیون ها}} = \frac{1}{1} \quad \left| \begin{array}{l} \text{شمار آئیون ها} \\ \text{شمار کاتیون ها} \end{array} \right. = \frac{1}{1} = 1$$

$$MgO \Rightarrow \frac{\text{شمار آئیون ها}}{\text{شمار آئیون ها}} = \frac{1}{1} \quad \left| \begin{array}{l} \text{شمار کاتیون ها} \\ \text{شمار آئیون ها} \end{array} \right. = \frac{1}{1} = 1$$

گزینه «۴»:

$$CrCl_3 \Rightarrow \frac{\text{شمار آئیون ها}}{\text{شمار کاتیون ها}} = \frac{3}{1} \quad \left| \begin{array}{l} \text{شمار آئیون ها} \\ \text{شمار کاتیون ها} \end{array} \right. = \frac{3}{1} = 3$$

$$AlF_3 \Rightarrow \frac{\text{شمار آئیون ها}}{\text{شمار آئیون ها}} = \frac{3}{3} \quad \left| \begin{array}{l} \text{شمار کاتیون ها} \\ \text{شمار آئیون ها} \end{array} \right. = \frac{3}{3} = 1$$

(شیمی ا، صفحه های ۶۳ و ۶۴)

(سوال ۱۸ کتاب آین)

-۸۱

اگر ایزوتوپ های عنصر X را به صورت ^{A_Z}X و ^{B_Z}X در نظر بگیریم، در این صورت خواهیم داشت:

$$^{A_Z}X^{3+} \Rightarrow \begin{cases} e = Z - 3 \\ N = A - Z \\ N - e = 10 \Rightarrow N - Z + 3 = 10 \Rightarrow N = Z + 7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow Z + 7 = A - Z \Rightarrow A = 2Z + 7$$

$$^{B_Z}X^{3+} \Rightarrow \begin{cases} e = Z - 3 \\ N = B - Z \\ N - e = 12 \Rightarrow N - Z + 3 = 12 \Rightarrow N = Z + 9 \end{cases}$$

$$\Rightarrow Z + 9 = B - Z \Rightarrow B = 2Z + 9$$

چون جمع جبری عدد جرمی دو ایزوتوپ برابر ۱۴۰ است، یعنی:

$$A + B = 140 \Rightarrow 2Z + 7 + 2Z + 9 = 140$$

$$\Rightarrow 4Z = 124 \Rightarrow Z = 31$$

بنابراین A و B برابر است با:

$$B = 2 \times 31 + 9 = 71, A = 2 \times 31 + 7 = 69$$

حال درصد فراوانی دو ایزوتوپ را به دست می آوریم:

$$69/8 = \frac{69x_1 + 71(100-x_1)}{100}$$

$$\Rightarrow 69x_1 = 69x_1 + 7100 - 71x_1$$

$$\Rightarrow x_1 = 60\% \rightarrow x_2 = 40\%$$

(شیمی ا، صفحه ۱۵)

(سوال ۱۹ کتاب آین)

-۸۲

$$A = 45 \quad \left| \begin{array}{l} N - Z = 3 \\ A = Z + N \end{array} \right. \Rightarrow 45 = Z + (Z + 3) \Rightarrow 45 - 3 = 2Z \Rightarrow Z = 21$$

برای یافتن شماره گروه و دوره (تناوب) این عنصر باید از عدد اتمی یا تعداد پروتون آن استفاده کنیم. از آنجایی که عدد اتمی ۲۱ بین عناصر Kr و Ar قرار دارد و اختلاف عدد اتمی آن با Kr برابر ۲ است این عنصر در گروه سوم و تناوب چهارم جدول قرار دارد.

(شیمی ا، صفحه های ۵، ۳۳ و ۳۴)

(سوال ۲۰ کتاب آین)

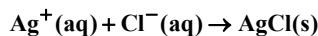
-۸۳

$$^{64}A^{2+} \Rightarrow \begin{cases} e = Z - 2 \\ n = 64 - Z \end{cases}, n - e = 8$$

$$\Rightarrow 64 - Z - Z + 2 = 8 \Rightarrow Z = 29$$



یون نقره با کلرید واکنش می‌دهد و رسوب نقره کلرید تشکیل می‌شود، پس در اثر واکنش از غلظت یون کلرید کاسته می‌شود.



$$0 / ۰۰۰۶۴ - ۰ / ۰۰۰۴ = ۰ / ۰۰۰۲۴ \text{ mol Cl}^-$$

غلظت کلرید باقیمانده پس از تشکیل رسوب:

$$\frac{\text{مول حل شونده}}{\text{حجم محلول}} = \frac{۰ / ۰۰۰۲۴}{(۰ / ۰۱ + ۰ / ۰۰۲)} = \frac{۰ / ۰۰۰۲۴}{۰ / ۰۱۲} = ۰ / ۰۲ \text{ mol L}^{-1}$$

(شیمی ا، صفحه‌های ۱۰۷ و ۱۰۶)

(سوال ۹۵۷ کتاب آین)

-۸۹

گزینه «۱»: نقطه جوش H_2O به دلیل بیشتر بودن تعداد پیوند هیدروژنی، نسبت به مولکول HF بیشتر می‌باشد. (نادرست)

گزینه «۲»: هر دو ترکیب دارای نیروی بین مولکولی از نوع پیوند هیدروژنی هستند. (نادرست)

گزینه «۳»: تغییرات نقطه جوش ترکیبات هیدروژن‌دار گروه هفدهم نامنظم می‌باشد. (نادرست)

گزینه «۴»: در تمام ترکیبات هیدروژن‌دار عناصر گروه ۱۵ بر روی اتم مرکزی الکترون ناپیوندی وجود دارد در نتیجه قطبی می‌باشند و در میان ترکیب‌های هیدروژن‌دار دوره‌های دوم تا چهارم این گروه، ترکیب NH_3 بیشترین نقطه جوش را دارد. (درست)

(شیمی ا، صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۶)

(سوال ۱۰۰ کتاب آین)

-۹۰

با توجه به اینکه رابطه انحلال پذیری گازها با فشار به صورت خطی تغییر می‌کند، در فشار 4 atm در $۰ / ۰.۸$ گرم O_2 در $۰ / ۵$ کیلوگرم آب حل می‌شود. بنابراین در ۱۰۰ گرم آب، $۰ / ۰.۱۶$ گرم O_2 حل می‌شود.

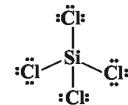
(شیمی ا، صفحه‌های ۱۱۳ و ۱۱۴)

(سوال ۹۷۲ کتاب آین)

-۸۶

SiCl_4 دارای ۳۲ الکترون در لایه ظرفیت اتم‌های خود است و تعداد بیوندهای کوالانسی آن ۴ است و ۱۲ جفت الکترون ناپیوندی دارد. (هر اتم

کل ۳ جفت الکترون ناپیوندی دارد.)



(شیمی ا، صفحه‌های ۳۳، ۶۴ و ۶۵)

(سوال ۷۷۶ کتاب آین)

-۸۷

ابتدا جرم Cl^- موجود در آب استخر را محاسبه می‌کنیم. در محلول‌های رقیق که حلال آن آب است می‌توان ppm را از رابطه زیر محاسبه کرد:

$$\text{ppm} = \frac{\text{میلی‌گرم حل شونده}}{\text{لیتر محلول}} \Rightarrow ۱ = \frac{x \text{ mg Cl}^-}{300 \times 10^3}$$

$$\Rightarrow x = 300 \times 10^3 \text{ mg Cl}^-$$

سپس جرم محلول حاوی یون کلرید را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ kg Cl}^- \times \frac{1 \text{ g Cl}^-}{10^3 \text{ mg Cl}^-} = 300 \times 10^3 \text{ mg Cl}^- \times \frac{1 \text{ g Cl}^-}{10^3 \text{ mg Cl}^-}$$

$$\text{محلول} \times \frac{100 \text{ g}}{\text{محلول}} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} = 6 \text{ kg}$$

بنابراین با ۱۲۶ کیلوگرم از محلول، $۲۱ \frac{۱۲۶}{6}$ مرتبه می‌توان آب استخر را ضدعفونی کرد.

(شیمی ا، صفحه‌های ۱۰۲ و ۱۰۳)

(سوال ۸۶۸ کتاب آین)

-۸۸

ابتدا مقدار مول یون کلرید در آب دریا را محاسبه می‌کنیم:

$$10 \text{ mL} \times \frac{1 / ۲ \text{ g}}{1 \text{ mL}} \times \frac{1 / ۹ \text{ g Cl}^-}{1000 \text{ g}} \times \frac{۱ \text{ mol Cl}^-}{35 / 5 \text{ g Cl}^-} \\ \approx ۰ / ۰۰۰۶۴ \text{ mol Cl}^-$$

مقدار مول یون نقره را نیز محاسبه می‌کنیم:

$$0 / ۰۰۲ \text{ L} \times \frac{۰ / ۲ \text{ mol Ag}^+}{1 \text{ L}} = ۰ / ۰۰۰۴ \text{ mol Ag}^+$$